

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Оренбургский государственный университет»

О.Д. ЛИТВИНЕНКО

ОСНОВЫ МАТЕМАТИКИ  
ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ

Рекомендовано к изданию Ученым советом Оренбургского  
государственного университета в качестве учебного пособия для студентов,  
обучающихся по программе высшего профессионального образования по  
специальностям: «Промышленное и гражданское строительство»,  
«Городское строительство и хозяйство», «Экспертиза и управление  
недвижимостью».

Оренбург 2008

УДК 51(075.8)

ББК 22.1я73

Л 64

Рецензенты: доктор технических наук, доцент И.П. Болодурина,  
кандидат физико-математических наук, доцент И.В. Игнатушина.

**Литвиненко О.Д.**

Л 64

**Основы математики для инженеров: учебное пособие/О.Д.  
Литвиненко - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2008. - 115 с.**

В пособии рассмотрены основы линейной алгебры, начала анализа, функции нескольких переменных и теория рядов. Кроме того, пособие содержит вопросы для самоконтроля и методические указания по подготовке к первой контрольной работе.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по программам высшего профессионального образования по специальностям 270102, 270105, 270115 при изучении дисциплины «Математика».

1602010000

Л

ББК 22.1я73

© Литвиненко О.Д., 2008  
© ГОУ ОГУ, 2008

## Содержание

Введение.....	6
1 Элементы линейной алгебры.....	7
1.1 Основные понятия теории множеств. Символика математической логики.....	7
1.2 Множество матриц. Операции над матрицами.....	10
1.3 Определители и их свойства.....	13
1.4 Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.....	16
1.5 Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства. Линейное пространство решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.....	20
1.6 Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.....	26
1.7 Квадратичные формы.....	32
2 Начала математического анализа.....	36
2.1 Числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Фундаментальные последовательности.....	36
2.2 Предел функции одной переменной в точке. Левосторонний и правосторонний пределы функции. Два замечательных предела.....	44
2.3 Бесконечно малые и бесконечно большие функции одной переменной. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.....	48
3 Функции нескольких переменных.....	51
3.1 Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Производные и дифференциальные функции.....	51
3.2 Дифференцирование сложной функции нескольких переменных. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.....	55
3.3 Частные производные и дифференциалы высших порядков. Локальный экстремум функции нескольких переменных.....	60
4 Теория рядов.....	65
4.1 Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Остаточный член ряда. Линейные операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда.....	65
4.2 Достаточные признаки сходимости ряда.....	69
4.3 Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов.....	75
4.4 Функциональные ряды. Степенные ряды. Их свойства.....	78
4.5 Разложение функций в степенные ряды .....	82
5 Вопросы для самоконтроля.....	89
6 Оформление контрольной работы.....	91
7 Образец решения задач.....	92
8 Варианты контрольной работы.....	103
9 Рекомендуемая литература.....	113
Список использованных источников.....	114
Приложение А.....	115
Образец оформления лицевого бланка контрольной работы.....	115
Приложение В.....	117
Табличные интегралы.....	117

## Введение

Современный инженер должен не только знать основы математики, но и хорошо владеть всеми новейшими математическими методами исследования, которые могут применяться в области его деятельности. Сегодня никакая научная и инженерная работа невозможна без математики.

В процессе обучения студенту постоянно приходится пользоваться математическими знаниями. Такие основные предметы, как физика, теоретическая механика, сопротивление материалов, строительная механика и многие другие широко применяют математические методы.

Математика способствует развитию логического мышления, именно поэтому, в наше время, несмотря на появление и распространение различных компьютерных математических и инженерно-строительных программ, овладение этой наукой по-прежнему остается актуальным.

В соответствии с учебным планом студенты-заочники специальностей 270102 – Промышленное и гражданское строительство, 270105 – Городское строительство и хозяйство, 270115 – Экспертиза и управление недвижимостью выполняют четыре письменные контрольные работы по математике. Данное пособие содержит краткий курс лекций излагаемых в первом семестре и методические указания по подготовке к первой контрольной работе. Специфика работы с пособием состоит в том, что студент сначала знакомится с теоретическим материалом, с требованиями к оформлению контрольной работы, с образцом решения типовых задач, входящих в данный курс, а затем переходит к выполнению заданий конкретного варианта. Основываясь на решенных задачах, студенты заочного обучения, а так же все, желающие углубить свои знания по математике, могут самостоятельно выполнять задания из этого сборника.

Отбор материала и способы его изложения строились автором так, чтобы у студента постепенно складывалось цельное представление об основных математических идеях и методах.

# 1 Элементы линейной алгебры

## 1.1 Основные понятия теории множеств. Символика математической логики

Математика – одна из древнейших наук. Она определяется как наука о пространственных формах и количественных отношениях реального мира. Математика дает другим наукам язык чисел и символов для выражения различного рода отношений между явлениями природы. Но прежде чем применять математику инженер должен понять суть изучаемого явления, разбить его на части, поддающиеся математической обработке.

Объектами изучения в самой математике являются логические модели, построенные для описания явлений природы и общества. Математика изучает соотношения между элементами этих моделей. Если математическая модель верно отражает суть данного явления, то она позволяет вскрывать и необнаруженные вначале закономерности, т.е. математика способна раскрыть и качественную сторону явления.

В силу большой абстрактности одна и та же математическая модель может описывать различные процессы. Например, одно и то же дифференциальное уравнение описывает и характер радиоактивного распада, и изменение температуры тела.

Основным, фундаментальным понятием в математике является множество. Множество – неопределяемое понятие. Его можно проиллюстрировать примерами:

- 1) множество студентов в данной аудитории;
- 2) множество яхт, участвующих в регате;
- 3) множество книг в библиотеке.

Для математики особенно важны числовые множества (множества, состоящие из чисел) и геометрические множества (множества, состоящие из точек пространства). Некоторые числовые множества обозначаются специальными символами:  $N$  – множество натуральных чисел;  $Z$  – множество целых чисел;  $Q$  – множество рациональных чисел;  $J$  – множество иррациональных чисел;  $R$  – множество действительных чисел;  $C$  – множество комплексных чисел,

Множество считается конечным, если количество его элементов можно выразить каким-нибудь числом.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называется пустым и обозначается  $\emptyset$ .

Остальные множества принято считать бесконечными. Само множество принято обозначать заглавными латинскими буквами, а его элементы – строчными. Так как множество однозначно определено своими элементами, то иногда будем обозначать множество его элементами, заключенными в фигурные скобки. Задать множество можно двумя способами: