

УДК 532.527

ББК 22.253.315+22.211

К 592

Библиотека «R&C Dynamics», том IV

**Редакционный совет серии:**

*В. В. Козлов* (главный редактор)

*А. В. Борисов* (ответственный редактор)

*Ю. А. Данилов* (редактор-консультант)

К 592     **Козлов В. В.** Общая теория вихрей. — Ижевск. Издательский дом «Удмуртский университет», 1998, 238 стр.  
ISBN 5-7029-0299-8

Книга посвящена математическому изложению аналогий, существующих между гидродинамикой, геометрической оптикой и механикой. Оказывается, изучение семейств траекторий гамильтоновых систем по существу сводится к задачам многомерной гидродинамики идеальной жидкости. В частности, известный метод Гамильтона — Якоби отвечает случаю потенциальных течений. Рассказано о некоторых приложениях такого подхода, в частности, о вихревом методе точного интегрирования дифференциальных уравнений динамики.

Рассчитана на научных сотрудников и аспирантов, интересующихся математической физикой, механикой и дифференциальными уравнениями.

ISBN 5-7029-0299-8

ББК 22.253.315+22.211



Оригинал-макет подготовлен в редакции журнала «Регулярная и хаотическая динамика».

© Издательский дом «Удмуртский университет», 1998

© Редакция журнала «Регулярная и хаотическая динамика», 1998

# Содержание

<b>Введение . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава I. Гидродинамика, геометрическая оптика и классическая механика . . . . .</b>	<b>15</b>
§ 1. Вихревые движения сплошной среды . . . . .	15
§ 2. Точечные вихри на плоскости . . . . .	24
§ 3. Системы лучей, законы отражения и преломления, теорема Малюса . . . . .	34
§ 4. Принцип Ферма, канонические уравнения Гамильтона, оптико-механическая аналогия . . . . .	42
§ 5. Гамильтонова форма уравнений динамики . . . . .	52
§ 6. Действие в фазовом пространстве и инвариант Пуанкаре—Картана . . . . .	63
§ 7. Метод Гамильтона—Якоби и принцип Гюйгенса . . . . .	72
§ 8. Гидродинамика гамильтоновых систем . . . . .	83
§ 9. Уравнения Ламба и проблема устойчивости . . . . .	95
<b>Глава II. Общая теория вихрей . . . . .</b>	<b>103</b>
§ 1. Уравнения Ламба и уравнения Гамильтона . . . . .	103
§ 2. Сведение к автономному случаю . . . . .	108
§ 3. Инвариантные формы объема . . . . .	118
§ 4. Вихревые многообразия . . . . .	123
§ 5. Уравнение Эйлера . . . . .	132
§ 6. Вихри в диссипативных системах . . . . .	138

<b>Глава III. Геодезические на группах Ли с левоинвариантной метрикой . . . . .</b>	<b>146</b>
§ 1. Уравнения Эйлера—Пуанкаре . . . . .	146
§ 2. Вихревая теория волчка . . . . .	154
§ 3. Мера Хаара . . . . .	163
§ 4. Скобки Пуассона . . . . .	169
§ 5. Функции Казимира и вихревые многообразия . . . . .	175
<b>Глава IV. Вихревой метод интегрирования уравнений Гамильтона . . . . .</b>	<b>183</b>
§ 1. Метод Гамильтона—Якоби и теорема Лиувилля о полной интегрируемости . . . . .	183
§ 2. Некоммутативное интегрирование уравнений Гамильтона	189
§ 3. Вихревой метод интегрирования . . . . .	194
§ 4. Полная интегрируемость фактор-системы . . . . .	207
§ 5. Системы с тремя степенями свободы . . . . .	214
<b>Дополнение 1. Инварианты завихренности и вторичная гидродинамика . . . . .</b>	<b>218</b>
<b>Дополнение 2. Квантовая механика и гидродинамика . .</b>	<b>224</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>229</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>236</b>