ФИЗИЧЕСКІЙ ОТДѢЛЪ

ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

КЪ ТЕОРІИ ЛЕТАНІЯ.

Н. Е. Жуковскаго.

(Сообщено на VIII съѣздѣ русскихъ естествоиспытателей и врачей).

§ 1. Одинъ изъ существенныхъ вопросовъ теоріи летанія есть старинный вопросъ о точкѣ опоры. Откуда берется сила тяги, дѣйствующая на центръ тяжести тѣла, тогда какъ оно можетъ развивать только внутреннія силы, попарно равныя и противоположныя? Мы разсмотримъ здѣсь рѣшеніе этого вопроса пока для несжимаемой жидкости (причемъ сюда же будутъ относиться и случаи движенія сжимаемой жидкости, при которыхъ измѣненіе плотности весьма незначительно). Докажемъ, что при отсутствіи тренія жидкости и образованія въ ней поверхностей раздѣла сила тяги является только отъ измѣненія движенія жидкости и за полный періодъ этого измѣненія даетъ работу, равную нулю. Пусть тѣло погружено въ несжимаемую жидкую массу, заключенную въ весьма большомъ неподвижномъ сосудѣ, и движется, измѣняя съ помощію внутреннихъ силъ относительное расположеніе своихъ частей. Напишемъ:

$$\int\int\int \frac{d^2x}{dt^2}\, dm = \int\int p\cos\alpha\, d\sigma + \int\int p\cos\alpha\, d\sigma_1, \qquad (1)$$

гдѣ трикратный интегралъ распространяется на всѣ элементы dm жидкой массы, первый двукратный интегралъ распространяется на всѣ элементы $d\sigma$ поверхности тѣла, второй—на всѣ элементы $d\sigma_1$ поверхности весьма удаленнаго сосуда, p есть гидродинамическое давленіе жидкости и α есть уголъ оси ox съ нормалями къ упомянутымъ поверхностямъ, направленными внутрь жидкости.

Первая часть этого равенства представляется чрезъ

$$-M\frac{d^2\overline{x}}{dt^2},$$

ŋqdbɐɏeɏ bɆ dedɆbɏɜe d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɐè

гдѣ M масса жидкости въ объемѣ тѣла, а $\overline{x}$ координата центра тяжести этой массы.

Первый двукратный интегралъ очевидно равенъ $-P$, гдѣ P искомая сила тяги по направленію оси ox. Для того же, чтобы найти значеніе втораго двукратнаго интеграла, замѣтимъ, что при невихревомъ движеніи (при отсутствіи тренія и разрывовъ нѣтъ причины для образованія вихрей)

$$\frac{p}{\rho} = const - \frac{v^2}{2} - \frac{d\varphi}{dt},$$

гдѣ ρ плотность жидкости, v ея скорость и φ потенціалъ скоростей. Вслѣдствіе этого часть втораго, двукратнаго интеграла, зависящая отъ $\frac{v^2}{2}$, исчезаетъ при весьма большомъ разстояніи R стѣнокъ сосуда отъ тѣла, такъ какъ $\frac{v^2}{2}$ будетъ малая величина порядка не ниже R^{-4}, и весь этотъ интегралъ обращается въ

$$-\int\int \rho \frac{d\varphi}{dt}\, d\sigma_1.$$

Мы получимъ:

$$M\frac{d^2\overline{x}}{dt^2} = P + \frac{d}{dt}\rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma_1. \tag{2}$$

Воспользуемся теперь формулою преобразованія поверхностнаго интеграла въ объемный:

$$\rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma + \rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma_1 = -\int\int\int \frac{d\varphi}{dx}\, dm = M\frac{d\overline{x}}{dt}.$$

Возьмемъ отъ обѣихъ частей этого равенства производную по времени:

$$M\frac{d^2\overline{x}}{dt^2} = \frac{d}{dt}\,\rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma + \frac{d}{dt}\,\rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma_1. \tag{3}$$

Сравненіе формулъ (2) и (3) даетъ намъ:

$$P = \frac{d}{dt}\,\rho\int\int \varphi c s \alpha d\sigma. \tag{4}$$

Предположимъ теперь, что центръ тяжести тѣла движется по оси ox съ постоянною скоростью w и что части тѣла совершаютъ полное колебаніе въ періодъ времени τ. Умножаемъ обѣ части равенства (4) на wdt и беремъ отъ нихъ интегралы отъ o до τ. Получаемъ:

$$\int_o^\tau P w dt = o, \tag{5}$$

ибо значеніе функціи φ на поверхности тѣла по прошествіи времени τ будетъ то же, какое въ началѣ этого времени. Желаемое такимъ образомъ доказано.

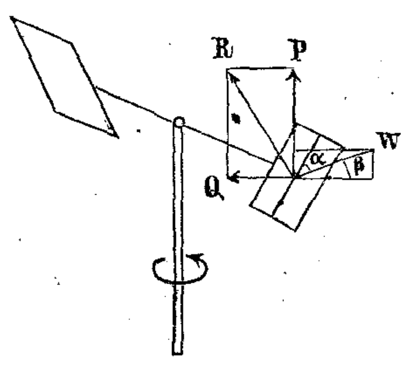
§ 2. Разсмотримъ движеніе тѣлъ, совершающееся въ жидкости безъ тренія, но съ образованіемъ поверхностей раздѣла. Простѣйшій случай такого движенія представляетъ намъ пластинка, перемѣщающаяся поступательно со скоростью w и наклоненная къ этой скорости подъ угломъ α. Жидкость, сбѣгая съ краевъ такой пластинки, образуетъ поверхности раздѣла, такъ что за пластинкою будетъ слѣдовать со скоростью w нѣкоторая масса жидкости. По формулѣ лорда Рейлея давленіе R на такую пластинку будетъ:

$$R = s\rho w^2 \frac{\pi sn\alpha}{\pi sn\alpha + 4}, \tag{6}$$

гдѣ s площадь пластинки. Будемъ считать уголъ α весьма небольшимъ и полагать, что

$$R = kw^2 s\alpha, \tag{7}$$

гдѣ k нѣкоторый коэффиціентъ. Предположимъ теперь (фиг. 1), что нашъ двигатель состоитъ изъ двухъ такихъ пластинокъ, прикрѣпленныхъ къ рычагу, вращающемуся около своей средины въ плоскости, образующей съ пластинками очень малый уголъ $\alpha+\beta$. Пусть этотъ двигатель имѣетъ винтовое движеніе, причемъ скорость вращательнаго движенія пластинокъ есть $wcs\beta$ (полагаемъ, что плечи рычага очень длинны сравнительно съ размѣрами пластинокъ), а скорость двигателя по его оси есть $wsn\beta$. По формулѣ (7) найдемъ для силы тяги по направленію оси величину:



Фиг. 1.

$$2P = 2kw^2 s\alpha cs(\alpha+\beta).$$

Сила же сопротивленія вращенію пластинокъ будетъ:

$$2Q = 2kw^2 s\alpha sn(\alpha+\beta).$$

По малости угловъ α и β эти силы можно написать такъ:

$$\begin{aligned} 2P &= 2kw^2 s\alpha, \\ 2Q &= 2kw^2 s\alpha(\alpha+\beta). \end{aligned} \tag{8}$$