

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Оренбургский государственный университет"

Кафедра математического анализа

И.К. ЗУБОВА,
О.В. ОСТРАЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ
МЕТОДАМИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
ИСЧИСЛЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Рекомендовано к изданию Редакционно – издательским советом государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Оренбургский государственный университет"

Оренбург 2003

ББК 22.161 я7
З 91
УДК517.2(07)

Рецензент
кандидат физико-математических наук, доцент Л.М. Невоструев.

Зубова И.К., Острая О.В.
З 91 Исследование функций методами дифференциального
исчисления: Методические указания. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2003 – 24с.

Методическое пособие посвящено основным понятиям дифференциального исчисления функций одной переменной. В нем содержатся теоретические вопросы и практические задания к типовому расчету по данной теме, а также основные рекомендации по выполнению такого задания и список предлагаемой литературы.

Пособие рекомендуется студентам всех специальностей ОГУ.

Оно может быть использовано и в работе со старшеклассниками физико-математических классов.

ББК 22.161 я7

© Зубова И.К., Острая О.В., 2003
© ГОУ ОГУ, 2003

Введение

Выполнение расчетно-графического задания по теме "Исследование функций и построение графиков", должно способствовать усвоению студентом первых основных понятий математического анализа. Это прежде всего понятия функции одной переменной, графика этой функции, области ее определения, и области значений. Определяя монотонные функции, нужно отличать, например, строго возрастающую функцию от неубывающей. Необходимо также усвоить определения предела и непрерывности функции в точке, научиться видеть связь между этими понятиями, изучить классификацию точек разрыва.

Знание основных определений и теорем дифференциального исчисления и понимание их геометрического смысла помогает выявить связь между поведением самой функции и ее производных, найти точки экстремума функции и точки перегиба.

В первом семестре расширяются и углубляются сведения по исследованию функций, полученные в школе. Тем не менее, иногда студенты выполняют расчетно-графическое задание по школьному шаблону, не вникая в содержание упоминающихся понятий и не понимая их геометрического смысла. В этом случае выполнение задания данного типового расчета нередко становится более трудоёмким. Бывает, например, что выполнив "исследование" по всем пунктам, студент не может воспользоваться его результатами и пытается строить эскиз графика только "по точкам". Это свидетельствует о том, что основные понятия дифференциального исчисления не усвоены, и поэтому не удастся проиллюстрировать их графически.

Для успешного выполнения заданий типового расчета рекомендуем сначала проработать полные ответы на предлагаемые теоретические вопросы. Все они подробно освещены в курсе лекций и учебной литературе. Затем следует подумать над теоретическими упражнениями, которые взяты нами из экзаменационных материалов. Эти упражнения позволяют студенту потренироваться в практическом применении своих теоретических знаний, проверить их.

После этого можно приступить к выполнению индивидуальных заданий, каждое из которых состоит из трех задач. Образец правильного оформления работы показан в "нулевом варианте". Список рекомендуемой литературы приводится в конце пособия.

1 Теоретические вопросы

1. Понятие функции. Определение функции одной переменной. Область определения и область значения функции. Явное и неявное задание функции. Параметрическое задание функции.
2. Монотонные функции: возрастающая, убывающая, невозрастающая и неубывающая функции.
3. Определение предела функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции $f(x)$ при $x \rightarrow \infty$.
4. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
5. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. Геометрический смысл дифференциала. Геометрический смысл дифференцируемости функции в точке.
6. Производная функции в точке. Определение и геометрический смысл.
7. Теоремы об арифметических свойствах производной.
8. Производная функции одной переменной, заданной неявно.
9. Производная функции, заданной параметрически.
10. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.
11. Теорема Ферма о функции, дифференциальной и имеющей локальный экстремум в интервале (a, b) .
12. Теорема Ролля: формулировка, доказательство, геометрический смысл.
13. Теорема Лагранжа. Формулировка, доказательство, геометрический смысл. Следствия из теоремы Лагранжа.
14. Теорема Коши и правило Лопиталья.
15. Критические точки и точки экстремума функции. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
16. Два правила отыскания точек экстремума функции.
17. Выпуклость и вогнутость графика функции. Критические точки второго рода. Необходимое и достаточное условия их существования.
18. Асимптота кривой. Определение. Условие существования вертикальной асимптоты у графика функции.
19. Необходимые и достаточные условия существования неvertикальной асимптоты у графика функции.

2 Теоретические упражнения

1. На каком из следующих рисунков изображен график функции, возрастающей на всей числовой оси?

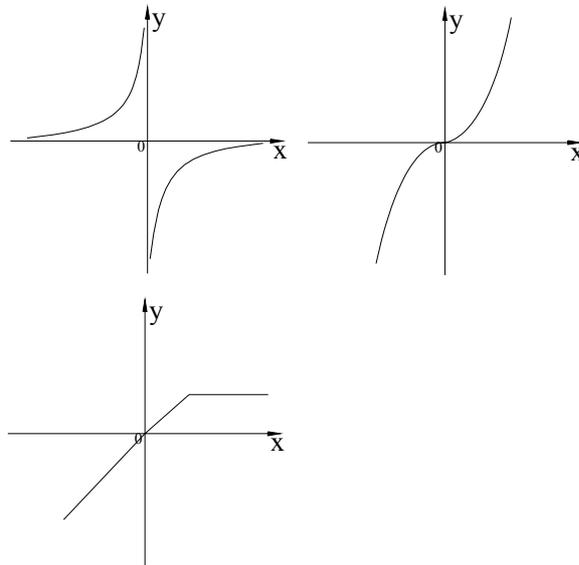


Рисунок 2.1

2. На каком из следующих рисунков изображен график функции, убывающей на отрезке $[1,2]$?

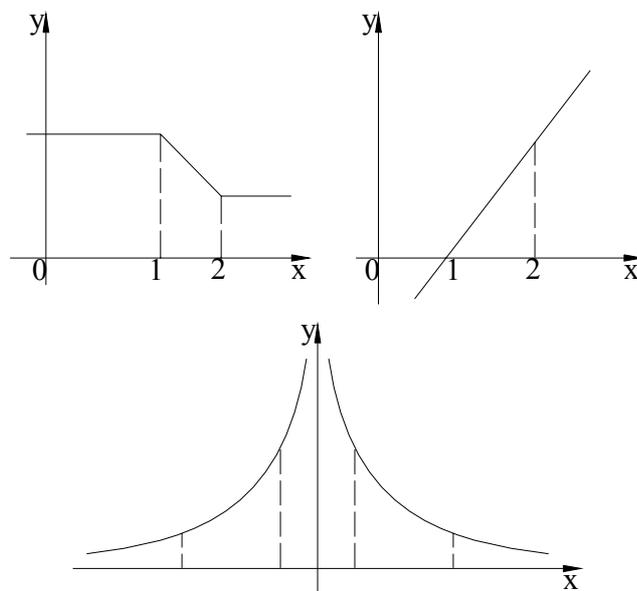


Рисунок 2.2