

УДК. 517.91 (075.8)

ББК 22.161.6 я73

Т41

Рецензенты: ведущий научный сотрудник лаборатории математического анализа механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова канд. физ.-мат. наук, с.н.с. *В. А. Носов*; профессор кафедры дифференциальных уравнений МГУ имени М. В. Ломоносова, доктор физ.-мат. наук *И. В. Астахова*.

Тимашев А. Н.

Т41 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Краткий курс. Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2020. – 164 с.: ил.

ISBN 978-5-9912-0688-4.

Кратко изложен курс обыкновенных дифференциальных уравнений, предназначенный для изучения на механико-математических и физико-математических факультетах университетов и других вузов с повышенной математической подготовкой. В основу пособия положены материалы лекционного курса, который автор многие годы читал на факультете прикладной математики Института криптографии, связи и информатики.

Для студентов (слушателей) высших учебных заведений, обучающихся по техническим специальностям.

ББК 22.161.6 я73

Учебное издание
Тимашев Александр Николаевич
**ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ:
КРАТКИЙ КУРС**
Учебное пособие для вузов

Тиражирование книги начато в 2018г.

Все права защищены.

Любая часть этого издания не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения правообладателя

© ООО «Научно-техническое издательство «Горячая линия – Телеком»

www.techbook.ru

© А. Н. Тимашев

Оглавление

Предисловие	3
I. Дифференциальные уравнения первого порядка ...	5
1.1. Интегральные кривые. Поле направлений. Ломаные Эйлера	5
1.2. Теорема Пеано существования решения	12
1.3. Условие Липшица. Теорема единственности	16
1.4. Метод последовательных приближений. Теорема Пи- кара	20
1.5. Уравнения в симметричной форме и в полных диффе- ренциалах. Интегрирующий множитель	24
1.6. Замена переменных	28
1.7. Уравнения с разделяющимися переменными. Одно- родные уравнения	29
1.8. Уравнения Бернулли и Риккати	30
1.9. Локальное условие Липшица	34
1.10. Продолжение решения. Максимальный интервал. Полное решение	37
1.11. Зависимость решения от начальных условий	41
1.12. Общее решение	46
1.13. Первообразная дифференциального уравнения	56
1.14. Аналитические решения. Уравнение Бесселя	57
1.15. Уравнения, не разрешённые относительно производ- ной. Параметрические решения. Уравнения Лагран- жа и Клеро	65
II. Нормальные системы дифференциальных уравне- ний	71
2.1. Теоремы существования и единственности	71
2.2. Максимальный интервал. Полное и общее решения ..	75
2.3. Уравнения высших порядков, разрешённые относи- тельно старшей производной. Сведение к нормальной системе дифференциальных уравнений	77
2.4. Условие Липшица. Теорема существования и единст- венности решения	79
III. Линейные системы дифференциальных уравнений	84

3.1. Полные решения	84
3.2. Линейные однородные системы. Теорема о виде максимального интервала	85
3.3. Пространство решений однородной системы. Фундаментальные матрицы	88
3.4. Метод вариации постоянных	92
IV. Линейные дифференциальные уравнения	93
4.1. Сведение к линейной системе дифференциальных уравнений	93
4.2. Определители Вронского. Формула Лиувилля–Остроградского	94
4.3. Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных	96
4.4. Линейные уравнения второго порядка	98
4.5. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами	104
4.6. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами	107
V. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	113
5.1. Норма и экспонента матрицы	113
5.2. Фундаментальные системы решений	116
VI. Нормальные автономные системы дифференциальных уравнений	121
6.1. Первые интегралы	121
6.2. Понижение порядка автономной системы	128
6.3. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	130
VII. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка	135
7.1. Эллиптический, гиперболический, параболический типы уравнений	135
7.2. Уравнение колебаний неограниченной струны. Решение Д'Аламбера и задача Коши	141
7.3. Метод Фурье решения задачи Коши для уравнения колебаний ограниченной струны и уравнения теплопроводности	143
7.4. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных условий	152
Литература	154
Предметный указатель	156
Приложение	158