

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Том 20 № 5 2013

Основан в 1999 г.
Выходит 6 раз в год

*Свидетельство о регистрации ПИ №ФС77-49724
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций*

Главный редактор
В.А. Соколов

Редакционная коллегия

С.М. Абрамов, В.С. Афраймович (Мексика), О.Л. Бандман, В.А. Бондаренко,
С.Д. Глызин (зам. гл. ред.), А. Дехтярь (США), М.Г. Дмитриев, В.Л. Дольников,
В.Г. Дурнев, Л.С. Казарин, Ю.Г. Карпов, С.А. Кащенко, А.Ю. Колесов,
И.А. Ломазова, Г.Г. Малинецкий, В.Э. Малышкин,
А.В. Михайлов (Великобритания), В.А. Непомнящий, П.Г. Парфенов, Н.Х. Розов,
Р.Л. Смелянский, Е.А. Тимофеев (зам. гл. ред.), М.Б. Трахтенброт (Израиль),
Д.В. Тураев (Великобритания), Ф. Шнеблен (Франция)

Ответственный секретарь Е.В. Кузьмин

Адрес редакции: 150000, Ярославль, ул. Советская, 14

E-mail: mais@uniyar.ac.ru

Website: mais.uniyar.ac.ru

Научные статьи в журнал принимаются по электронной почте и на кафедре теоретической информатики Ярославского государственного университета. Статьи должны содержать УДК, аннотации на русском и английском языках и сопровождаться набором текста в редакторе LaTeX. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

©Ярославский государственный
университет им. П.Г. Демидова, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

Моделирование и анализ информационных систем. Т. 20, №5. 2013

Релаксационные колебания в моделях многовидовых сообществ <i>Кащенко С.А.</i>	5
Особенности колебания решений адиабатических осцилляторов с запаздыванием <i>Нестеров П. Н., Агафончиков Е. Н.</i>	25
Локальная динамика лазера с быстро осциллирующими параметрами <i>Кащенко С. А., Григорьева Е. В.</i>	45
Статистические характеристики управляемых систем, возникающие в различных моделях естествознания <i>Ларина Я. Ю., Родина Л. И.</i>	62
Об одной задаче оптимального управления для нелинейного псевдогиперболического уравнения <i>Юлдашев Т. К.</i>	78
Точные неравенства типа Джексона–Стечкина и значения поперечников некоторых классов функций в пространстве L_2 <i>Лангаршоев М. Р.</i>	90
Точные значения поперечников некоторых классов функций из L_2 и минимизация констант в неравенствах типа Джексона – Стечкина <i>Юсупов Г. А.</i>	106
Замкнутые локально минимальные сети на поверхностях выпуклых многогранников <i>Стрелкова Н. П.</i>	117
Оценка числа решетчатых разбиений плоскости на полимино заданной площади <i>Шутов А. В., Коломейкина Е. В.</i>	148
Экстремальная динамика системы трех однонаправленно связанных сингулярно возмущенных уравнений из нейродинамики <i>Бобок А. С., Глызин С. Д., Колесов А. Ю.</i>	158

Редактор, корректор А.А. Аладьева. Редактор перевода Э.И. Соколова. Подписано в печать 30.11.2013. Формат 60x84¹/₈. Усл. печ. л. 19,5. Уч.-изд. л. 17,5. Тираж 500 экз.

Отпечатано на ризографе. Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, 150 000, Ярославль, ул. Советская, 14. Телефон редакции (4852) 79-77-72.

Ministry of Education and Science of the Russian Federation
P.G. Demidov Yaroslavl State University

MODELING AND ANALYSIS OF INFORMATION SYSTEMS

Volume 20 No 5 2013

Founded in 1999
6 issues per year

State Registration License No ΦC 77-49724

Editor-in-Chief

V. A. Sokolov

Editorial Board

S.M. Abramov, V. Afraimovich (Mexico), O.L. Bandman, V.A. Bondarenko,
S.D. Glyzin (*Deputy Editor-in-Chief*), A. Dekhtyar (USA), M.G. Dmitriev, V.L. Dol'nikov,
V.G. Durnev, L.S. Kazarin, Yu.G. Karpov, S.A. Kashchenko, A.Yu. Kolesov, I.A. Lomazova,
G.G. Malinetsky, V.E. Malyshkin, A.V. Mikhailov (Great Britain), V.A. Nepomniaschy,
P.G. Parfionov, N.H. Rozov, Ph. Schnoebelen (France), R.L. Smeliansky,
E.A. Timofeev (*Deputy Editor-in-Chief*), M. Trakhtenbrot (Israel), D. Turaev (Great Britain)

Responsible Secretary E. V. Kuzmin

Editorial Office Address: Sovetskaya str., 14, Yaroslavl, 150000, Russia

E-mail: mais@uniyar.ac.ru

Website: mais.uniyar.ac.ru

Contents

Modeling and Analysis of Information Systems. Vol. 20, No 5. 2013

Relaxation Oscillations in Models of Multi-Species Biocenose <i>Kaschenko S.A.</i>	5
Features of Oscillations in Adiabatic Oscillators with Delay <i>Nesterov P.N., Agafonchikov E.N.</i>	25
Local Dynamics of a Laser with Rapidly Oscillating Parameters <i>Grigorieva E.V., Kaschenko S.A.</i>	45
Statistical Characteristics of Control Systems, Arising in Various Models of Natural Sciences <i>Larina Y. Y., Rodina L. I.</i>	62
On a Problem of Optimal Control for a Nonlinear Pseudohyperbolic Equation <i>Yuldashev T. K.</i>	78
The Exact Inequalities of Jackson–Stechkin Type and the Width Values for Some Classes of Functions in L_2 Space <i>Langarshoev M. R.</i>	90
Exact Values of Widths of Some Functional Classes in L_2 and Minimization of the Constants in Inequalities of Jackson–Stechkin Type <i>Yusupov G.A.</i>	106
Closed Locally Minimal Networks on the Surfaces of Convex Polyhedra <i>Strelkova N. P.</i>	117
The Estimation of the Number of Lattice Tilings of a Plane by a Given Area Polyomino <i>Shutov A. V., Kolomeykina E. V.</i>	148
The Quasi-Normal Form of a System of Three Unidirectionally Coupled Singularly Perturbed Equations with Two Delays <i>Bobok A.S., Glyzin S. D., Kolesov A. Yu.</i>	158

УДК 517.9

Релаксационные колебания в моделях многовидовых сообществ

Кащенко С.А.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000 Россия, г. Ярославль, ул. Советская, 14

e-mail: kasch@uniyar.ac.ru

получена 1 августа 2013

Ключевые слова: релаксационные колебания, большой параметр, асимптотика, периодическое решение

Рассматриваются семейства математических моделей биологических популяций. Выявлены инвариантные соотношения между параметрами, характеризующими ту или иную популяцию. Исследуются динамические свойства моделей в предположении, что одна или несколько популяций являются сильно плодовитыми, т.е. соответствующие мальтузианские коэффициенты достаточно велики. На основе разработанного автором специального асимптотического метода задачу о поведении решений исходных систем удается свести к существенно более простой задаче о динамике полученных конечномерных отображений. В частности, показано, что для решений этих отображений, а значит, и исходных систем уравнений характерны нерегулярные релаксационные колебания. Интересно отметить, что амплитуды таких колебаний являются достаточно большими.

Введение

В [1] разработан универсальный подход к построению математических моделей многовидовых сообществ. Эти модели основываются на логистическом уравнении с запаздыванием, которое хорошо описывает динамику изменения изолированной популяции, обитающей в однородной среде.

Модель Ю.С. Колесова, описывающая динамику изменения численностей взаимодействующих популяций k жертв $N_{11}(t), \dots, N_{k1}(t)$ и m хищников $N_{12}(t), \dots, N_{m2}(t)$ имеет вид

$$\dot{N}_{j1} = r_{j1} \left[1 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k a_{ji} \left(1 - \frac{N_{i1}}{K_{i1}} \right) + \sum_{i=1}^m b_{ji} \left(1 - \frac{N_{i2}}{K_{i2}} \right) - \frac{N_{j1}(t - h_{j1})}{K_{j1}} \right] N_{j1}, \quad (1)$$

$$\dot{N}_{j2} = r_{j2} \left[\sum_{i=1}^k c_{ji} \frac{N_{i1}}{K_{i1}} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m d_{ji} \left(\sum_{s=1}^k c_{js} \frac{N_{s1}}{K_{s1}} - \frac{N_{i2}}{K_{i2}} \right) - \frac{N_{j2}(t - h_{j2})}{K_{j2}} \right] N_{j2}. \quad (2)$$