

УДК 517.443

ББК 22.161.1

С34

Сибуя, Митио.

С34 Занимательная математика. Анализ Фурье. Манга. / Митио Сибуя (автор), Хироки Харусэ (худож.); пер. с яп. Клионского А. Б. — М. : ДМК Пресс, 2015. — 256 с. : ил. — (Серия «Образовательная манга»). — Доп. тит. л. яп. — ISBN 978-5-97060-111-2.

Девочки Рика, Фумика и Эрина организовали рок-группу и хотят выступить на фестивале, но никак не найдут вокалиста. А тут ещё контрольная по математике, с которой у Фумики проблемы. Умница Эрина готова помочь подруге и объяснить сложные математические понятия на примере звуков и преобразования Фурье.

Чистый звук — это простая волна. Любой сложный звук получается смешением чистых звуков. Преобразование Фурье как раз и позволяет разложить любой звук на гармонические составляющие и найти частотный спектр.

Вместе с Эриной, Рикой и Фумикой вы узнаете о том:

- ♦ что волны бывают продольными и поперечными, и у волн есть частота и амплитуда;
- ♦ как связана единичная окружность с синусом и косинусом, и что такое угловая частота;
- ♦ что такое интеграл и почему он может быть определённым, а производная нет;
- ♦ как складывать, вычитать и умножать функции;
- ♦ что такое ортогональность функций;
- ♦ что такое ряды Фурье, синтез функций и преобразование Фурье.

Вы увидите, как анализ Фурье помог девочкам найти вокалиста и выиграть одно принципиальное пари.

Если у вас голова идёт кругом от математики и вас пугают такие слова, как тригонометрия, производные и интегралы, то присоединяйтесь к Рике, Фумике и Эрине.

УДК 517.443

ББК 22.161.1

Original Japanese edition

Manga de Wakaru Fourier Kaiseki (Manga Guide: Fourier Analysis)

By Michio Shibuya (Author), Hiroki Haruse (Illustrator) and

Trend-Pro Co., Ltd. (Producer)

Published by Ohmsha, Ltd.

3-1 Kanda Nishikicho, Chiyodaku, Tokyo, Japan

Russian language edition copyright © 2014 by DMK Press

Translation rights arranged with Ohmsha, Ltd.

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

ISBN 978-4-274-06617-7 (яп.) Copyright © 2006 by Michio Shibuya and Trend-Pro Co., Ltd

ISBN 978-5-94120-266-9 (Додэка)

© Перевод, Издательский дом «Додэка-XXI», 2013

ISBN 978-5-97060-111-2 (ДМК Пресс)

© Издание, ДМК Пресс, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Пролог	
ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ	1

Глава 1	
ВОЛНЫ ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ	15
1. Звуки — это волны	16
2. Поперечные и продольные волны	24
3. Распространение волн во времени	28
4. Частота и амплитуда	31
5. Открытие Жана Батиста Фурье	37
6. Шесть шагов к преобразованию Фурье	39

Глава 2	
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ТРЕУГОЛЬНИКИ ОТДЫХАЮТ	43
1. Колесо обозрения и тригонометрические функции .	44
2. Единичная окружность	54
3. Функция синуса	56
4. Функция косинуса	57
5. Параметрическое выражение уравнения окружности	59
6. Тригонометрические функции и физические величины, изменяющиеся во времени	63
7. Тригонометрические функции и угловая частота ...	65

Глава 3

ИНТЕГРАЛЫ БЫВАЮТ ОПРЕДЕЛЁННЫЕ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ, ЧЕГО НЕ СКАЖЕШЬ О ПРОИЗВОДНЫХ 73

1. Американские горки и определённый интеграл 74
2. Интеграл от константы ($y = a$)..... 82
3. Интеграл от линейной функции 84
4. Интеграл от функции $y = x^n$ 86
5. Графическое решение интеграла 88
6. Несколько слов о наклоне касательной 90
7. Производная — это интеграл наоборот 92
8. Дифференцирование тригонометрических функций 95
9. Определённые интегралы от тригонометрических
функций 101

Глава 4

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ФУНКЦИЯМИ 111

1. Сумма функций — тоже функция!..... 112
2. Сложение функций 118
3. Вычитание функций 120
4. Умножение функций 122
5. Произведение функций и определённый интеграл 129

Глава 5

ФУНКЦИИ БЫВАЮТ «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ» 135

1. Ортогональность функций 136
2. Проверяем ортогональность функций
с помощью графиков 144
3. Проверяем ортогональность функций путём
вычислений 146
4. Определённый интеграл от $\sin^2 x$ 149

Глава 6
ВСЁ БЛИЖЕ К ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ФУРЬЕ 155

1. Формирование волны сложением
 тригонометрических функций 156
2. Комбинация функций $a \cos x$ и $b \sin x$ 162
3. Синтез тригонометрических функций с разными
 периодами 168
4. Ряды Фурье 171
5. Функции времени и спектр частот 177
6. На пороге преобразования Фурье 181

Глава 7
АНАЛИЗ ФУРЬЕ ИЛИ ПРОВЕРИМ АЛГЕБРОЙ
ГАРМОНИЮ 185

1. Порядок исследования частотного состава 186
2. Коэффициенты Фурье 194
3. Звук камертона и его спектр 201
4. Звуки гитары и их спектр 206
5. Спектр человеческого голоса 211
6. Сладкий голосок 219

Приложение
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ
СУММЫ БЕСКОНЕЧНОГО РЯДА 235
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 245
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 246