

УДК 530.1  
ББК 22.31  
Н12

**Нахин П. Дж.**

Н12 Необыкновенная формула доктора Эйлера / пер. с англ.  
А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 406 с.: ил.

**ISBN 978-5-97060-823-4**

Пол Нахин признается, что к написанию этой книги его подтолкнуло «восхищение Эйлером не только как математиком, но и как физиком и инженером». На многочисленных примерах автор показывает, как одна из основных формул комплексного анализа – формула Эйлера, – являясь безупречным стандартом математической красоты, возникает в различных разделах математики, физики и техники. Доказательство иррациональности числа  $\pi$ , представление колебания струны на диаграмме, геометрия импульсной функции и даже создание речевого скремблера – все эти столь разные темы объединяет использование формулы великого математика. В заключительной части приводится биографическая справка об Эйлере, включающая малоизвестные факты из его жизни.

Издание предназначено для широкого круга читателей – любителей математики и физики.

УДК 530.1  
ББК 22.31

Original English language edition published by Princeton University Press  
41 William Street, Princeton, New Jersey 08540. Copyright © 2006 by Princeton  
University Press. Russian-language edition copyright © 2020 by DMK Press. All  
rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-0-691-11822-2 (анг.)  
ISBN 978-5-97060-823-4 (рус.)

© 2006 by Princeton University Press  
© Оформление, издание, перевод,  
ДМК Пресс, 2020



# Содержание



<b>Вступительное слово от издательства</b> .....	10
<b>О чем эта книга, что нужно знать для ее чтения и ПОЧЕМУ вам следует прочитать ее</b> .....	12
<b>Предисловие. Когда математика вошла в моду?</b> .....	15
<b>Введение</b> .....	20
<b>Глава 1. Комплексные числа</b> .....	32
1.1. «Тайна» $\sqrt{-1}$ .....	32
1.2. Теорема Кэли–Гамильтона и формула Муавра .....	38
1.3. Рамануджан находит сумму ряда.....	47
1.4. Поворот векторов и отрицательные частоты .....	53
1.5. Неравенство Коши–Шварца и знак «падение камней» .....	57
1.6. Правильные $n$ -угольники и простые числа .....	62
1.7. Последняя теорема Ферма и разложение комплексных чисел на множители .....	72
1.8. Разрывный интеграл Дирихле.....	82
<b>Глава 2. Путешествия в страну векторов</b> .....	87
2.1. Обобщенное гармоническое блуждание .....	87
2.2. Полет птиц при дующем ветре .....	90
2.3. Параллельный бег.....	93
2.4. Кошки-мышки .....	102
2.5. Решение задачи о бегущей собаке.....	108
<b>Глава 3. Иррациональность <math>\pi^2</math></b> .....	111
3.1. Иррациональность $\pi$ .....	111
3.2. Уравнение $R(x) = B(x)e^x + A(x)$ , D-операторы, обратные операторы и коммутативность операторов .....	114
3.3. Нахождение $A(x)$ и $B(x)$ .....	120
3.4. Значение $R(\pi i)$ .....	125
3.5. Последний шаг (наконец-то!).....	130

<b>Глава 4. Ряды Фурье</b> .....	132
4.1. Функции, колеблющиеся струны и волновое уравнение.....	132
4.2. Периодические функции и сумма Эйлера .....	147
4.3. Теорема Фурье для периодических функций и теорема Парсеваля .....	157
4.4. Разрывные функции, явление Гиббса и Генри Уилбрэхэм .....	180
4.5. Дирихле вычисляет квадратичную сумму Гаусса.....	190
4.6. Гурвиц и изопериметрическое неравенство .....	197
<b>Глава 5. Интегралы Фурье</b> .....	203
5.1. Импульсная «функция» Дирака .....	203
5.2. Интегральная теорема Фурье .....	214
5.3. Формула плотности энергии Рэлея, свертка и автокорреляционная функция .....	221
5.4. Некоторые интересные спектры .....	240
5.5. Суммирование Пуассона .....	260
5.6. Взаимное распространение и принцип неопределенности.....	268
5.7. Харди и Шустер и их оптический интеграл.....	278
<b>Глава 6. Электроника и <math>\sqrt{-1}</math></b> .....	290
6.1. Зачем нужна эта глава? .....	290
6.2. Линейные стационарные системы, свертка (снова), передаточные функции и каузальность .....	291
6.3. Теорема о модуляции, синхронные радиоприемники и как сделать речевой скремблер .....	305
6.4. Теорема дискретизации и умножение путем дискретизации и фильтрации.....	317
6.5. Еще о трюках, основанных на преобразовании Фурье и фильтрах.....	321
6.6. Односторонние преобразования, аналитический сигнал и однополосная радиосвязь.....	322
<b>Эйлер – человек, математик и физик</b> .....	340
<b>Примечания</b> .....	363
<b>Благодарности</b> .....	401
<b>Предметный указатель</b> .....	403