

УДК 530.1
ББК 22.31
Н12

Нахин П. Дж.

Н12 Необыкновенная формула доктора Эйлера / пер. с англ.
А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 406 с.: ил.

ISBN 978-5-97060-823-4

Пол Нахин признается, что к написанию этой книги его подтолкнуло «восхищение Эйлером не только как математиком, но и как физиком и инженером». На многочисленных примерах автор показывает, как одна из основных формул комплексного анализа – формула Эйлера, – являясь безупречным стандартом математической красоты, возникает в различных разделах математики, физики и техники. Доказательство иррациональности числа π , представление колебания струны на диаграмме, геометрия импульсной функции и даже создание речевого скремблера – все эти столь разные темы объединяет использование формулы великого математика. В заключительной части приводится биографическая справка об Эйлере, включающая малоизвестные факты из его жизни.

Издание предназначено для широкого круга читателей – любителей математики и физики.

УДК 530.1
ББК 22.31

Original English language edition published by Princeton University Press
41 William Street, Princeton, New Jersey 08540. Copyright © 2006 by Princeton
University Press. Russian-language edition copyright © 2020 by DMK Press. All
rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-0-691-11822-2 (анг.)
ISBN 978-5-97060-823-4 (рус.)

© 2006 by Princeton University Press
© Оформление, издание, перевод,
ДМК Пресс, 2020



Содержание



Вступительное слово от издательства	10
О чем эта книга, что нужно знать для ее чтения и ПОЧЕМУ вам следует прочитать ее	12
Предисловие. Когда математика вошла в моду?	15
Введение	20
Глава 1. Комплексные числа	32
1.1. «Тайна» $\sqrt{-1}$	32
1.2. Теорема Кэли–Гамильтона и формула Муавра	38
1.3. Рамануджан находит сумму ряда	47
1.4. Поворот векторов и отрицательные частоты	53
1.5. Неравенство Коши–Шварца и знак «падение камней»	57
1.6. Правильные n -угольники и простые числа	62
1.7. Последняя теорема Ферма и разложение комплексных чисел на множители	72
1.8. Разрывный интеграл Дирихле	82
Глава 2. Путешествия в страну векторов	87
2.1. Обобщенное гармоническое блуждание	87
2.2. Полет птиц при дующем ветре	90
2.3. Параллельный бег	93
2.4. Кошки-мышки	102
2.5. Решение задачи о бегущей собаке	108
Глава 3. Иррациональность π^2	111
3.1. Иррациональность π	111
3.2. Уравнение $R(x) = B(x)e^x + A(x)$, D-операторы, обратные операторы и коммутативность операторов	114
3.3. Нахождение $A(x)$ и $B(x)$	120
3.4. Значение $R(\pi i)$	125
3.5. Последний шаг (наконец-то!)	130

Глава 4. Ряды Фурье	132
4.1. Функции, колеблющиеся струны и волновое уравнение	132
4.2. Периодические функции и сумма Эйлера	147
4.3. Теорема Фурье для периодических функций и теорема Парсеваля	157
4.4. Разрывные функции, явление Гиббса и Генри Уилбрэхэм	180
4.5. Дирихле вычисляет квадратичную сумму Гаусса	190
4.6. Гурвиц и изопериметрическое неравенство	197
Глава 5. Интегралы Фурье	203
5.1. Импульсная «функция» Дирака	203
5.2. Интегральная теорема Фурье	214
5.3. Формула плотности энергии Рэлея, свертка и автокорреляционная функция	221
5.4. Некоторые интересные спектры	240
5.5. Суммирование Пуассона	260
5.6. Взаимное распространение и принцип неопределенности	268
5.7. Харди и Шустер и их оптический интеграл	278
Глава 6. Электроника и $\sqrt{-1}$	290
6.1. Зачем нужна эта глава?	290
6.2. Линейные стационарные системы, свертка (снова), передаточные функции и каузальность	291
6.3. Теорема о модуляции, синхронные радиоприемники и как сделать речевой скремблер	305
6.4. Теорема дискретизации и умножение путем дискретизации и фильтрации	317
6.5. Еще о трюках, основанных на преобразовании Фурье и фильтрах	321
6.6. Односторонние преобразования, аналитический сигнал и однополосная радиосвязь	322
Эйлер – человек, математик и физик	340
Примечания	363
Благодарности	401
Предметный указатель	403