

УДК 378(076.5):517

ББК 22.161я73-5

Б953

***Рецензенты:***

проф. *А. В. Латышев* (МГОУ),

проф. *Е. В. Веретенникова* (МПГУ).

**Б953 Быкова О. Н.** Практикум по математическому анализу: Учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. 2-е издание, исправленное и дополненное.– М.: Прометей, 2014. – 276 с.

Данное учебное пособие может служить студентам математических и физико-математических факультетов педагогических вузов руководством к практическим занятиям по курсу математического анализа. Оно будет также полезным молодым преподавателям при подготовке и проведении семинаров по данной учебной дисциплине.

**ISBN 978-5-9905-8861-5**

© О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин, 2014

© Издательство «Прометей», 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	7
Тема 1. Действительные числа. Модуль действительного числа.....	9
Тема 2. Метод математической индукции.....	12
Тема 3. Ограниченность числовых множеств. Границы и грани.....	14
Тема 4. Функция. График функции.....	16
Тема 5. Основные типы поведения функций.....	19
Тема 6. Основные элементарные функции. Частичное исследование функций.....	23
Тема 7. Линейные и модульные преобразования графиков.....	25
Тема 8. Сложная функция. «Сложение» и «умножение» графиков...	28
Тема 9. Обратная функция и её свойства.....	31
Тема 10. Числовая последовательность.....	34
Тема 11. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.....	37
Тема 12. Вычисление пределов последовательностей.....	41
Тема 13. Предел функции. Теоремы о пределах функций.....	43
Тема 14. Вычисление пределов функции. Первый замечательный предел.....	45
Тема 15. Вычисление пределов с использованием «табличных» пределов.....	48
Тема 16. Сравнение бесконечно малых. Вычисление пределов с помощью сравнения бесконечно малых.....	50
Семестровое задание по технике вычисления пределов.....	54
Тема 17. Односторонние пределы. Предел по множеству.....	55
Тема 18. Непрерывность функции.....	60
Тема 19. Непрерывность сложной и обратной функций.....	62
Тема 20. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва.....	64
Тема 21. Равномерная непрерывность функции на множестве.....	68
Тема 22. Функции, непрерывные на отрезках.....	69
Тема 23. Дифференцируемость и производная.....	71
Тема 24. Табличные производные и правила дифференцирования...	74
Тема 25. Геометрический смысл производной. Касательная и нор-	

маль.....	77
Тема 26. Техника дифференцирования.....	80
Тема 27. Дифференциал. Применение дифференциала в приближённых вычислениях.....	84
Тема 28. Основные теоремы дифференциального исчисления.....	86
Тема 29. Производные и дифференциалы высших порядков.....	91
Тема 30. Правила Лопитала. Раскрытие неопределённостей.....	95
Тема 31. Исследование функции на монотонность. Экстремум.....	99
Тема 32. Исследование функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.....	103
Тема 33. Полное исследование функции и построение её графика....	106
Тема 34. Наименьшее и наибольшее значения функции.....	110
Тема 35. Формула Тейлора.....	114
Тема 36. Геометрические и физические приложения производной...	117
Тема 37. Первообразная и неопределённый интеграл.....	120
Тема 38. Вычисление неопределённых интегралов заменой переменной и по частям.....	124
Тема 39. Интегрирование рациональных функций.....	128
Тема 40. Интегрирование некоторых алгебраических иррациональностей.....	132
Тема 41. Интегрирование тригонометрических выражений.....	136
Семестровое задание по технике интегрирования.....	139
Тема 42. Интегральная сумма Римана. Суммы Дарбу. Определённый интеграл.....	141
Тема 43. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.....	144
Тема 44. Вычисление определённых интегралов по частям и заменой переменной.....	147
Тема 45. Вычисление площадей плоских фигур.....	151
Тема 46. Вычисление длин плоских кривых.....	156
Тема 47. Вычисление объёмов и площадей поверхностей тел вращения.....	160
Тема 48. Физические приложения определённого интеграла.....	167
Тема 49. Несобственные интегралы.....	171
Тема 50. Исследование сходимости несобственных интегралов.....	176

Тема 51. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Сравнение положительных рядов.....	180
Тема 52. Признаки Даламбера и Коши.....	183
Тема 53. Интегральный признак сходимости. Критерий Коши.....	186
Тема 54. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.....	187
Тема 55. Абсолютная и условная сходимости.....	189
Тема 56. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость функциональной последовательности.....	191
Тема 57. Равномерная сходимость функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов непрерывных функций.....	195
Тема 58. Степенные ряды. Промежуток сходимости.....	197
Тема 59. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора.....	201
Тема 60. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов. Некоторые приложения степенных рядов.....	205
Тема 61. Ряды Фурье. Разложение функций в ряд Фурье.....	208
Тема 62. Неполные ряды Фурье. Разложение по косинусам и синусам.....	212
Тема 63. Точечные множества на плоскости и в пространстве. Функции нескольких переменных.....	215
Тема 64. Предел функции нескольких переменных.....	220
Тема 65. Непрерывность функции нескольких переменных.....	223
Тема 66. Частные производные. Дифференцируемость функции не- скольких переменных.....	226
Тема 67. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Производная по направлению. Градиент.....	231
Тема 68. Формула Тейлора для функции двух переменных. Каса- тельная плоскость и нормаль к поверхности.....	236
Тема 69. Экстремум функции нескольких переменных.....	239
Тема 70. Наименьшее и наибольшее значения функции двух пере- менных.....	243
Тема 71. Неявные функции.....	246
Тема 72. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повтор- ному.....	248
Тема 73. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к по- лярным координатам.....	252

Тема 74. Вычисление площадей плоских фигур с помощью двойного интеграла.....	255
Тема 75. Вычисление объёмов пространственных тел с помощью двойного интегралов.....	257
Тема 76. Вычисление площадей поверхностей с помощью двойного интеграла.....	258
Тема 77. Тройной интеграл.....	259
Тема 78. Криволинейный интеграл. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.....	264
Тема 79. Формула Грина. Вычисление площадей плоских фигур с помощью криволинейного интеграла.....	267
Тема 80. Физические приложения кратных и криволинейных интегралов.....	271
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	275