

УДК 373.167.1:514+514(075.3)
ББК 22.151я721
М34

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев,
Э. Г. Позняк, Л. С. Киселёва

На учебник получены **положительные** заключения
научной (заключение РАО № 481 от 14.11.2016 г.),
педагогической (заключение РАО № 170 от 05.10.2016 г.)
и **общественной** (заключение РКС № 164-ОЭ от 19.12.2016 г.) экспертиз.

Условные обозначения:

- 25* — пункт, необязательный для изучения на базовом уровне
- 20 — задача, не являющаяся обязательной на базовом уровне
- ▼ — начало материала, необязательного для изучения на базовом уровне
- △ — окончание материала, необязательного для изучения на базовом уровне

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия : 10—11-й классы : базовый и углублённый уровни : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. — 12-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 287, [1] с. : ил. — (МГУ — школе).

ISBN 978-5-09-112137-7.

Учебник позволяет обеспечить вариативность обучения не только согласно системе условных обозначений, но и благодаря хорошо подобранной системе задач, включающей типовые задачи к каждому параграфу, дополнительные задачи к главе и задачи повышенной трудности.

УДК 373.167.1:514+514(075.3)
ББК 22.151я721

ISBN 978-5-09-112137-7

© АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2019
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2019
Все права защищены

Оглавление

Введение

1. Предмет стереометрии	3
2. Аксиомы стереометрии	4
3. Некоторые следствия из аксиом	6
Вопросы и задачи	7

Глава I

Параллельность прямых и плоскостей

§ 1. Параллельность прямых, прямой и плоскости	9
4. Параллельные прямые в пространстве	—
5. Параллельность трёх прямых	10
6. Параллельность прямой и плоскости	11
Вопросы и задачи	13
§ 2. Взаимное расположение прямых в пространстве.	
Угол между двумя прямыми	15
7. Скрещивающиеся прямые	—
8. Углы с сонаправленными сторонами	17
9. Угол между прямыми	18
Вопросы и задачи	19
§ 3. Параллельность плоскостей	21
10. Параллельные плоскости	—
11. Свойства параллельных плоскостей	22
Вопросы и задачи	23
§ 4. Тетраэдр и параллелепипед	25
12. Тетраэдр	—
13. Параллелепипед	26
14. Задачи на построение сечений	28
Задачи	31
Вопросы к главе I	33
Дополнительные задачи	34

Глава II

Перпендикулярность прямых и плоскостей

§ 1. Перпендикулярность прямой и плоскости	36
15. Перпендикулярные прямые в пространстве	—
16. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости	—

17. Признак перпендикулярности прямой и плоскости	38
18. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости	40
Задачи	41
§ 2. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью...	43
19. Расстояние от точки до плоскости.....	—
20. Теорема о трёх перпендикулярах.....	44
21. Угол между прямой и плоскостью.....	45
Задачи	47
§ 3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	50
22. Двугранный угол	—
23. Признак перпендикулярности двух плоскостей	52
24. Прямоугольный параллелепипед	53
25*. Трёхгранный угол	55
26*. Многогранный угол	56
Задачи	57
Вопросы к главе II	60
Дополнительные задачи	61

Глава III

Многогранники

§ 1. Понятие многогранника. Призма	63
27. Понятие многогранника	—
28*. Геометрическое тело	64
29*. Теорема Эйлера.....	65
30. Призма.....	67
31*. Пространственная теорема Пифагора	68
Задачи	70
§ 2. Пирамида.....	72
32. Пирамида	—
33. Правильная пирамида	73
34. Усечённая пирамида	74
Задачи	75
§ 3. Правильные многогранники	78
35. Симметрия в пространстве	—
36. Понятие правильного многогранника	80
37. Элементы симметрии правильных многогранников	83
Практические задания	84
Вопросы и задачи	—
Вопросы к главе III	85
Дополнительные задачи	86

Глава IV

Цилиндр, конус и шар

§ 1. Цилиндр	89
38. Понятие цилиндра	—
39. Площадь поверхности цилиндра	91
Задачи	92
§ 2. Конус	94
40. Понятие конуса	—
41. Площадь поверхности конуса	95
42. Усечённый конус	96
Задачи	98
§ 3. Сфера	100
43. Сфера и шар	—
44. Взаимное расположение сферы и плоскости	101
45. Касательная плоскость к сфере	102
46. Площадь сферы	103
47*. Взаимное расположение сферы и прямой	104
48*. Сфера, вписанная в цилиндрическую поверхность	105
49*. Сфера, вписанная в коническую поверхность	106
50*. Сечения цилиндрической поверхности	107
51*. Сечения конической поверхности	108
Задачи	110
Вопросы к главе IV	111
Дополнительные задачи	112
Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар	114

Глава V

Объёмы тел

§ 1. Объём прямоугольного параллелепипеда	116
52. Понятие объёма	—
53. Объём прямоугольного параллелепипеда	118
Задачи	120
§ 2. Объёмы прямой призмы и цилиндра	121
54. Объём прямой призмы	—
55. Объём цилиндра	122
Вопросы и задачи	124
§ 3. Объёмы наклонной призмы, пирамиды и конуса	125
56. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла	—
57. Объём наклонной призмы	126

58. Объём пирамиды	128
59. Объём конуса	129
Задачи	130
§ 4. Объём шара и площадь сферы	133
60. Объём шара	—
61. Объёмы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора	134
62*. Площадь сферы	135
Вопросы и задачи	137
Вопросы к главе V	138
Дополнительные задачи	—
Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар	140

Глава VI

Векторы в пространстве

§ 1. Понятие вектора в пространстве	142
63. Понятие вектора	—
64. Равенство векторов	143
Вопросы и задачи	144
§ 2. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число ...	145
65. Сложение и вычитание векторов	—
66. Сумма нескольких векторов	146
67. Умножение вектора на число	147
Задачи	148
§ 3. Компланарные векторы	150
68. Компланарные векторы	—
69. Правило параллелепипеда	151
70. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам	152
Вопросы и задачи	153
Вопросы к главе VI	156
Дополнительные задачи	157

Глава VII

Метод координат в пространстве. Движения

§ 1. Координаты точки и координаты вектора	160
71. Прямоугольная система координат в пространстве	—
72. Координаты вектора	161
73. Связь между координатами векторов и координатами точек ...	163
74. Простейшие задачи в координатах	164
75. Уравнение сферы	166
Вопросы и задачи	—

§ 2. Скалярное произведение векторов	171
76. Угол между векторами	—
77. Скалярное произведение векторов	—
78. Вычисление углов между прямыми и плоскостями	173
79*. Уравнение плоскости	174
Задачи	176
§ 3. Движения	180
80. Центральная симметрия	—
81. Осевая симметрия	181
82. Зеркальная симметрия	182
83. Параллельный перенос	—
84*. Преобразование подобия	183
Задачи	185
Вопросы к главе VII	186
Дополнительные задачи	187
Задачи для повторения	189
Задачи повышенной трудности	190

Глава VIII*

Некоторые сведения из планиметрии

§ 1. Углы и отрезки, связанные с окружностью	194
85. Угол между касательной и хордой	—
86. Две теоремы об отрезках, связанных с окружностью	195
87. Углы с вершинами внутри и вне круга	196
88. Вписанный четырёхугольник	198
89. Описанный четырёхугольник	200
Задачи	201
§ 2. Решение треугольников	202
90. Теорема о медиане	—
91. Теорема о биссектрисе треугольника	204
92. Формулы площади треугольника	206
93. Формула Герона	207
94. Задача Эйлера	208
Задачи	212
§ 3. Теоремы Менелая и Чевы	214
95. Теорема Менелая	—
96. Теорема Чевы	216
Задачи	218
§ 4. Эллипс, гипербола и парабола	219
97. Эллипс	—
98. Гипербола	223
99. Парабола	226
Задачи	228

Задачи для подготовки к ЕГЭ	229
Задачи с практическим содержанием	240
Исследовательские задачи	242
Темы рефератов и докладов	244
Список литературы	245

Приложения

1. Изображение пространственных фигур	246
1. Параллельная проекция фигуры	—
2. Изображение фигуры	247
3. Изображение плоских фигур	248
4. Изображение пространственных фигур	250
2. Об аксиомах геометрии	251
Ответы и указания	261
Предметный указатель	278