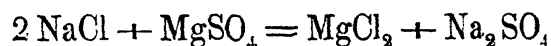


ДОКЛАДЫ О НАУЧНЫХЪ ТРУДАХЪ.

Н. С. Курнаковъ и С. Ф. Жемчужный. Пути кристаллизаціи химическихъ діаграммъ.
(N. S. Kurnakov et S. F. Žemčuznyj. Les trajectoires de cristallisation des diagrammes chimiques).

(Доложено въ засѣданіи Отдѣленія Физико-Математическихъ Наукъ 30 (17) октября 1918 г.).

Экспериментальное изученіе изотермической діаграммы взаимной системы



приводить въ настоящее время къ цѣлому ряду заключеній относительно равновѣсій природныхъ разсоловъ. Каждой твердой соли въ діаграммѣ соотвѣтствуетъ особая поверхность или «поле кристаллизаціи». Последнее характеризуется пучкомъ линій или «путей кристаллизаціи», исходящихъ изъ одного «полуса» и направляющихся къ срединнымъ (внутреннимъ) путямъ, которые являются линіями пересѣченія отдѣльных полей и указываютъ направленія совместной кристаллизаціи двухъ солей при изотермическомъ сгущеніи растворовъ. Схожденіе въ одной узловой точкѣ трехъ и четырехъ путей характеризуетъ одновременное выдѣленіе трехъ и четырехъ твердыхъ фазъ.

Положеніе путей кристаллизаціи въ «поле хлористаго натрія» даетъ наглядную картину послѣдовательнаго хода кристаллизаціи при испареніи морской воды и разсоловъ разнообразныхъ соляныхъ озеръ. Знаніе строенія названнаго поля позволяетъ заранѣе предсказывать порядокъ выдѣленія отдѣльных солей и опредѣляетъ условія, образованія послѣднихъ въ природѣ.

Имѣющійся въ настоящее время фактический матеріалъ находится въ полномъ соотвѣтствіи съ данными равновѣсной діаграммы. Это согласіе свидѣтельствуетъ съ очевидностью, какимъ могучимъ и надежнымъ сред-



ствомъ является физикохимическій анализъ для разслѣдованія сложныхъ процессовъ равновѣсія, совершающихся въ природѣ.

Не менѣе важной также представляется общая, теоретическая сторона предмета. Очень интересные результаты даетъ здѣсь примѣненіе положеній отдѣла геометріи, носящаго названіе «*Analysis situs*» или топологіи. Эта область геометрической науки занимается установленіемъ тѣхъ свойствъ фигуръ, которыя сохраняются неизмѣнными или инвариантными при всѣхъ непрерывныхъ преобразованіяхъ пространства.

Совокупность поверхностей, линій и точекъ, составляющихъ изотермическую діаграмму взаимной равновѣсной системы вполне соотвѣтствуетъ въ топологіи замкнутому пространственному комплексу линій и поверхностей. Какъ оказывается, число геометрическихъ элементовъ, участвующихъ въ строеніи комплекса изотермической діаграммы, можетъ быть вычислено по извѣстной формулѣ Эйлера для многогранниковъ:

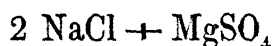
$$\alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 - 2 = 0,$$

гдѣ α_0 — число узловыхъ точекъ (вершинъ)

α_1 — » линій (реберъ)

α_2 — » поверхностей или полей (граней),

входящихъ въ составъ пространственного комплекса. Напримѣръ, для изотермической діаграммы взаимной системы



при 25° имѣемъ:

$$\alpha_0 = 17, \alpha_1 = 26, \alpha_2 = 11,$$

$$\alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 - 2 = 17 - 26 + 11 - 2 = 28 - 28 = 0.$$

При отнятіи опредѣленнаго числа линій, вычисляемаго по топологическому уравненію, указанному Листингомъ

$$\mu = \alpha_1 - \alpha_0 + 1,$$

замкнутый комплексъ линій подвергается размыканію и превращается въ такъ называемое «*сложное древо*», состоящее изъ послѣдовательнаго соположенія линейныхъ отрѣзковъ. Дальнѣйшій процессъ отнятія концевыхъ линій отъ сложнаго древа приводитъ къ «*простому древу*», неимѣющему узло-

выхъ точекъ съ кратностью болѣе двухъ. Последнее древо и изображаетъ совокупность путей совместной кристаллизаціи двухъ солей.

Начало кристаллизаціи представляетъ точку, зависящую отъ начального состава раствора и помѣщающуюся на линіи, которая исходитъ изъ полюса соотвѣтственнаго поля. Конечная точка «кристаллизаціоннаго древа» совпадаетъ съ той изъ тройныхъ точекъ сложнаго древа, гдѣ происходитъ окончательное испареніе раствора съ одновременнымъ выдѣленіемъ трехъ солей. Эта точка, обладающая наименьшею упругостью пара, является общей для всѣхъ кристаллизаціонныхъ путей діаграммы. Въ изотермической системѣ конечная точка древа занимаетъ положеніе, совершенно аналогичное эвтектической точкѣ діаграммъ плавкости, которой, какъ извѣстно, соотвѣтствуетъ наименьшая температура кристаллизаціи. Руководствуясь этой аналогіей, мы можемъ назвать конечную точку древа кристаллизаціи *эвтонической точкой* (έντονος—хорошо напряженный). Подобное сходство указываетъ на единство въ строеніи всѣхъ химическихъ діаграммъ «составъ—свойство». Дѣйствительно, расчетъ показываетъ, что всѣ эти плоскія и пространственныя геометрическія фигуры принадлежатъ къ замкнутымъ топологическимъ комплексамъ, въ которыхъ число точекъ линій и поверхностей опредѣляется приведенною выше формулой Эйлера. Такъ, на примѣръ, для діаграммы плавкости тройной системы съ тремя полями кристаллизаціи, принадлежащими отдѣльнымъ компонентамъ, получается:

$$\alpha_0 = 10, \alpha_1 = 15, \alpha_2 = 7,$$

$$\alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 - 2 = 10 - 15 + 7 - 2 = 17 - 17 = 0.$$

Послѣдовательное отнятіе линій отъ такого замкнутаго комплекса даетъ въ конечномъ результатѣ древо кристаллизаціи, аналогичное по своимъ свойствамъ съ древомъ, характернымъ для изотермическихъ равновѣсій.

Примѣнимость формулы Эйлера ко всѣмъ химическимъ поліэдрамъ представляетъ фактъ, имѣющій большое значеніе для познанія геометрической природы равновѣсной діаграммы. Несомнѣнно, между этими разнообразными по внѣшнему виду геометрическими образованіями существуетъ единая, общая связь, имѣющая свое начало въ ученіи объ алгебраическихъ группахъ.

Многогранники Эйлера опредѣляются тѣмъ, что комплексъ ихъ поверхностей можетъ быть приведенъ путемъ непрерывныхъ преобразованій, т. е. безъ разрывовъ и складокъ, къ *поверхности шара*. При этомъ отдѣльныя кристаллизаціонныя поля, располагаясь на шаровой поверхности,