

УДК 51(091)  
ББК 22.1Г  
П16

**Рецензенты:**

д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой высшей математики  
Военной академии ракетных войск стратегического назначения  
им. Петра Великого *В.В. Блаженков*;  
директор Центра развития новой университетской образовательной модели  
российского государственного гуманитарного университета *С.Г. Шеховцев*

**Панов, В. Ф.**

П16 Математика древняя и юная / В. Ф. Панов ; под ред. В. С. Зарубина. —  
3-е изд., испр. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. —  
469, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4526-4

Книга знакомит читателя с основными вехами истории становления современной математики. В первой части книги основное внимание уделено биографиям творцов математики и тех мыслителей, чьи идеи оказали решающее влияние на развитие этой науки. Во второй части изложена история некоторых основных математических понятий и идей.

Для студентов технических вузов и учителей математики, а также всех интересующихся историей математики.

УДК 51(091)  
ББК 22.1Г

ISBN 978-5-7038-4526-4

© Панов В.Ф., 2004  
© Панов В.Ф., 2016, с изменениями  
© Панов В.Ф., 2019, с изменениями  
© Оформление. Издательство  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	9
<b>Введение</b> .....	11
Математика и познание окружающего мира .....	11
Особенности математического метода .....	13
О религиозности творцов математики .....	15
Ошибки ученых поучительны .....	16
Как в математике совершаются открытия и что заставляет ученых их совершать .....	17
<b>Часть I. ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ КАК ЧАСТЬ ИСТОРИИ ЦИВИЛИЗАЦИИ</b> .....	21
<b>Глава 1. Математика Древнего Востока</b> .....	23
Древний Египет .....	23
Древний Вавилон .....	24
Древний Китай .....	26
Древняя Индия .....	27
<b>Глава 2. Математика Древней Греции</b> .....	31
Фалес Милетский и его последователи .....	32
Пифагор и его школа .....	34
Легенды о Пифагоре .....	34
Основы пифагореизма .....	36
Философские взгляды пифагорейцев .....	38
О музыке в учении Пифагора .....	41
Математические открытия .....	42
Афинская школа .....	43
Атомисты .....	43
Элеаты .....	44
Платон и платоники .....	45
Аристотель .....	46
Евдокс .....	49
Архит, Теэтет .....	50
<b>Глава 3. Математика в эпоху эллинизма и Римской империи</b> .....	51
Евклид .....	53
Архимед .....	56
Аполлоний .....	60
Диофант .....	61
Герон, Гипатия .....	64

<b>Глава 4. Александрийская школа астрономии</b> .....	66
<i>Аристарх Самосский</i> .....	66
<i>Эратосфен</i> .....	67
<i>Гиппарх</i> .....	68
<i>Птолемей</i> .....	69
<b>Глава 5. Математика исламского Востока</b> .....	71
Достижения математиков Востока .....	73
<i>Омар Хайям</i> .....	74
<b>Глава 6. Математика в Европе в Средние века и в эпоху Возрождения</b> .....	75
Создание университетов .....	75
Роль Церкви .....	76
Развитие науки .....	77
<i>Ферро</i> .....	79
<i>Тарталья</i> .....	79
<i>Кардано</i> .....	80
<i>Бомбелли</i> .....	82
<i>Виет</i> .....	82
Математическая символика .....	85
<b>Глава 7. Астрономия в XVI веке</b> .....	88
<i>Коперник</i> .....	88
<i>Галилей</i> .....	90
<i>Кеплер</i> .....	93
<b>Глава 8. Математика в XVII веке</b> .....	98
Изобретение логарифмов .....	99
<i>Мерсенн</i> .....	100
<i>Декарт</i> .....	101
<i>Ферма</i> .....	104
Возникновение аналитической геометрии .....	107
Зарождение проективной геометрии .....	110
<i>Блез Паскаль</i> .....	110
<i>Гюйгенс</i> .....	114
Развитие методов интегрирования .....	116
Вклад Кеплера .....	116
<i>Кавальери</i> .....	117
<i>Торричелли</i> .....	119
Вклад Ферма .....	120
<i>Валлис</i> .....	121
Дифференциальные методы .....	122
<i>Ньютон</i> .....	123
<i>Лейбниц</i> .....	128
Ньютон и Лейбниц — творцы математического анализа .....	131
<b>Глава 9. Развитие математики в конце XVII–XVIII века</b> .....	136
Семейство Бернулли .....	137
<i>Якоб Бернулли</i> .....	137
<i>Иоганн Бернулли</i> .....	138
<i>Даниил Бернулли</i> .....	141
Эпоха Эйлера .....	141
Первый период жизни в России .....	142
Берлинский период .....	143

Второй период жизни в России .....	144
Краткая характеристика творчества .....	145
<b>Глава 10. Математика во Франции в конце XVIII – начале XIX века .....</b>	<b>147</b>
Положение в математике на рубеже XVIII и XIX веков .....	147
<i>Даламбер</i> .....	149
<i>Лагранж</i> .....	150
<i>Лаплас</i> .....	153
Создание Политехнической школы в Париже .....	156
<i>Монж</i> .....	157
<i>Пуассон</i> .....	158
<i>Фурье</i> .....	159
<b>Глава 11. Коши и обоснование математического анализа .....</b>	<b>162</b>
Отношение математиков к идее бесконечно малых .....	162
<i>Коши</i> .....	165
Работы Коши по обоснованию математического анализа и другие достижения в математике .....	166
<b>Глава 12. Гаусс и создание неевклидовой геометрии .....</b>	<b>168</b>
<i>Гаусс</i> .....	168
Вопросы истинности в математике. Споры философов XVIII века .....	174
Об истории пятого постулата Евклида .....	175
<i>Лобачевский</i> .....	177
<i>Янош Бolyай</i> .....	179
Сущность неевклидовой геометрии .....	180
<b>Глава 13. Развитие абстрактной математики в первой половине XIX века ...</b>	<b>183</b>
<i>Больцано</i> .....	183
<i>Абель</i> .....	185
<i>Галуа</i> .....	189
<i>Якоби</i> .....	193
Расширение границ алгебры .....	195
<i>Гамильтон</i> .....	196
<i>Кэли</i> .....	197
<i>Сильвестр и Сальмон</i> .....	198
<i>Грассман</i> .....	199
<b>Глава 14. Математика в Германии во второй половине XIX века .....</b>	<b>200</b>
Система обучения в университетах Германии .....	200
<i>Дирихле</i> .....	202
<i>Вейерштрасс</i> .....	202
<i>Риман</i> .....	204
<i>Клебш</i> .....	206
<b>Глава 15. Математика в России до 1917 года .....</b>	<b>207</b>
Петербургская Академия наук .....	207
Университеты России .....	208
<i>Остроградский</i> .....	209
<i>Буняковский</i> .....	210
<i>Чебышёв</i> .....	211
<i>Ковалевская</i> .....	214
<i>Жуковский</i> .....	217

<i>Ляпунов</i> .....	219
<i>Марков</i> .....	221
<i>Стеклов</i> .....	223
<b>Глава 16. Математика в Западной Европе в конце XIX – первой половине XX века</b> .....	225
<i>Эрмит</i> .....	225
<i>Максвелл</i> .....	226
<i>Кантор</i> .....	228
<i>Дедекинд</i> .....	229
<i>Ли</i> .....	230
<i>Клейн</i> .....	231
<i>Пуанкаре</i> .....	232
<i>Гильберт</i> .....	236
<i>Лебег</i> .....	242
<i>Рамануджан</i> .....	243
<i>Вейль</i> .....	244
<b>Глава 17. Международные конгрессы математиков</b> .....	247
Международные конгрессы математиков на рубеже XIX и XX веков .....	247
Доклад Гильберта «Математические проблемы» .....	248
Международные конгрессы математиков в XX века .....	252
<b>Глава 18. Абстрактная математика в XX веке. Создание кибернетики и ЭВМ</b> .....	253
<i>Винер</i> .....	254
<i>Нейман</i> .....	257
<i>Тьюринг</i> .....	258
<b>Глава 19. Математика в России после 1917 года</b> .....	260
«Внедрение» метода диалектического материализма в математику .....	260
Московская математическая школа .....	262
<i>Лузин</i> .....	262
<i>Колмогоров</i> .....	267
<i>Лаврентьев</i> .....	272
<i>Понтрягин</i> .....	274
<i>Соболев</i> .....	275
<i>Келдыш</i> .....	279
<i>Моисеев</i> .....	281
<i>Шафаревич</i> .....	283
<b>Часть II. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ НЕКОТОРЫХ РАЗДЕЛОВ И ПОНЯТИЙ МАТЕМАТИКИ</b> .....	287
<b>Глава 20. Развитие понятия «величина»</b> .....	289
Целые положительные числа в Древнем мире .....	289
Развитие теории целых и рациональных чисел .....	292
Иррациональные числа .....	293
Отрицательные числа .....	295
Комплексные числа .....	297
Векторы .....	300
Кватернионы .....	301
Гиперкомплексные числа .....	302
Матрицы .....	303
Тензоры .....	304
Спиноры .....	305

<b>Глава 21. Теория чисел и «великая теорема» Ферма</b> . . . . .	307
Сюжеты из истории теории чисел . . . . .	307
Предыстория «великой теоремы» Ферма . . . . .	311
Завершающие атаки на «великую теорему» Ферма . . . . .	313
<b>Глава 22. Элементарная геометрия</b> . . . . .	316
О названиях геометрических фигур . . . . .	317
Три великие задачи Античности . . . . .	317
Дополнительные сведения о задачах на построение . . . . .	319
Политопы . . . . .	321
Из истории геометрии . . . . .	323
Вычисление Архимедом объема шара . . . . .	323
Задачи Аполлония . . . . .	324
Теорема Эйлера . . . . .	324
Построение Гауссом правильного семнадцатиугольника . . . . .	325
<b>Глава 23. Задачи на экстремум</b> . . . . .	327
Исторические задачи на экстремум . . . . .	328
Исторические бесконечномерные задачи на экстремум . . . . .	331
Создание вариационного исчисления . . . . .	334
<b>Глава 24. Поиск универсальных принципов</b> . . . . .	335
Закон Снеллиуса . . . . .	335
Возможность различных путей решения вариационных задач . . . . .	336
Принцип наименьшего действия и другие вариационные принципы классической механики . . . . .	337
<b>Глава 25. История теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов</b> . . . . .	339
Теория вероятностей . . . . .	339
Математическая статистика . . . . .	346
Случайные процессы . . . . .	350
<b>Глава 26. Необходимость обоснования математики во второй половине XIX века</b> . . . . .	352
Обоснование математического анализа . . . . .	353
Обоснование системы чисел . . . . .	354
Непротиворечивость неевклидовых геометрий . . . . .	355
Соотношение интуиции и логики в математике . . . . .	356
Математическая логика . . . . .	357
<b>Глава 27. Тайны бесконечности</b> . . . . .	360
Отношение к идее бесконечности в Древнем мире . . . . .	360
Отношение к идее бесконечности в XIII–XIX веках . . . . .	363
Свойства и парадоксы бесконечности . . . . .	366
Сравнение бесконечных множеств . . . . .	367
Арифметика бесконечных множеств . . . . .	370
Упорядоченные множества . . . . .	372
Аксиома выбора . . . . .	372
<b>Глава 28. Новый кризис основ математики</b> . . . . .	374
Основные проблемы . . . . .	374
Логицизм . . . . .	377
Интуиционизм . . . . .	377
Формализм . . . . .	381
Теоретико-множественное обоснование математики . . . . .	383

Открытия Геделя и Коэна . . . . .	384
Бурбаки . . . . .	386
Конструктивная математика . . . . .	387
<b>Глава 29. Топология и теория графов</b> . . . . .	389
Комбинаторная топология. Лист Мёбиуса и бутылка Клейна . . . . .	391
Общая топология . . . . .	394
Проблема четырех красок . . . . .	400
Теория графов . . . . .	400
<b>Глава 30. Нестандартный анализ</b> . . . . .	404
Бесконечно малые по Лейбницу . . . . .	405
Краткая история нестандартного анализа . . . . .	406
<b>Глава 31. Функция</b> . . . . .	408
Развитие понятия «функция» . . . . .	408
Построение кривой Больцано . . . . .	410
Ковер Серпиньского . . . . .	411
Развитие понятия «линия» . . . . .	413
О геометрических фигурах . . . . .	414
<b>Глава 32. Порядок и хаос. Создание фрактальной геометрии</b> . . . . .	416
Порядок и хаос . . . . .	416
Фракталы . . . . .	420
Размерность фракталов . . . . .	421
Фрактальная геометрия . . . . .	424
<b>Глава 33. Математика — всеобщий язык науки</b> . . . . .	428
Математические модели. Особенности математического языка . . . . .	428
Криптография . . . . .	429
Математика и экономика . . . . .	431
<b>Глава 34. Закон всемирного тяготения и задача трех тел</b> . . . . .	434
Закон всемирного тяготения . . . . .	434
Задача трех тел . . . . .	437
<b>Глава 35. Математика и теоретическая физика в XX веке</b> . . . . .	441
Сопоставление математики и физики . . . . .	441
Математика и теория относительности . . . . .	444
Математика и квантовая теория . . . . .	449
<b>Заключение</b> . . . . .	453
<b>Литература</b> . . . . .	457
<b>Именной указатель</b> . . . . .	461