УДК 539.3:539.42 DOI: 10.18698/2308-6033-2022-7-2191

Двухпараметрический критерий разрушения для трещины нормального отрыва

© А.М. Покровский, М.П. Егранов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен адаптированный для трещины нормального отрыва двухпараметрический критерий максимальных тангенциальных напряжений, учитывающий Т-напряжения. Данный критерий отличается тем, что размеры зоны предразрушения записываются с учетом Т-напряжений, а тангенциальные напряжения в этой зоне приравниваются локальной прочности материала, а не пределу прочности, как это обычно делается. Представлены двухпараметрические критерии разрушения для случая плоского напряженного и деформированного состояний, позволяющие учесть стеснение деформации по фронту трещины. Получены выражения для эффективного коэффициента интенсивности напряжений, в которые кроме коэффициента интенсивности напряжений входит отношение Т-напряжений к пределу прочности. С помощью этих уравнений можно определить наиболее опасную точку фронта трещины и, зная вязкость разрушения материала, оценить трещиностойкость детали с трещиной. В качестве примера использования критерия разрушения рассмотрена полуэллиптическая краевая трещина в растянутой в двух направлениях пластине.

Ключевые слова: *механика разрушения, Т-напряжения, трещина нормального отрыва, двухпараметрический критерий разрушения, эффективный коэффициент интенсивности напряжений*

Введение. В последнее время все чаще оценка трещиностойкости и живучести упругих тел с трещинами проводится с использованием не только коэффициента интенсивности напряжений (КИН), но и Т-напряжений. Впервые эти напряжения были предложены М. Вильямсом [1], который получил разложение для описания их поля у вершины трещины. В данное разложение наряду со слагаемыми, зависящими от расстояния до вершины трещины, входит постоянный член, названный Т-напряжение. Такие напряжения лежат в плоскости трещины и не зависят от расстояния до ее вершины. В литературе описаны различные подходы к оценке трещиностойкости и живучести деталей и конструкций с учетом Т-напряжений. В первую очередь нужно отметить исследования М. Вильямса и П. Эвинга, впервые предложивших критерий максимальных тангенциальных напряжений с учетом Т-напряжений для трещины обобщенного нормального отрыва [2]. Взяв за основу подходы Вильямса и Эвинга, Д. Смит с соавторами получил двухпараметрический критерий максимальных тангенциальных напряжений [3]. В работе [4] Ю.Г. Матвиенко предложил критерий осредненных тангенциальных напряжений, в который также входят Т-напряжения. Аятоллахи с соавторами представил энергетическую трактовку критерия разрушения с учетом Т-напряжений [5]. Следует отметить, что все рассмотренные критерии введены для трещины обобщенного нормального отрыва, а не для трещины нормального отрыва, хотя трещина такого типа достаточно часто встречается на практике. Поэтому в работе [6] А.С. Чернятин с соавторами предложил методику расчета на живучесть с учетом Т-напряжений сварной трубы с трещиной нормального отрыва. В качестве недостатка указанной работы следует отметить наличие в расчетной модели принятого по работе [7] эмпирического параметра, для определения которого требуется проводить специальное экспериментальное исследование. Таким образом, несмотря на многочисленные публикации, касающиеся Т-напряжений, так и не удалось найти в литературе критерий разрушения, позволяющий оценивать трещиностойкость произвольных деталей со сквозными и несквозными трещинами нормального отрыва на основе общепринятых механических характеристик материала. В связи с этим цель настоящего исследования заключается в том, чтобы на основе известных в литературе подходов сформулировать двухпараметрический критерий разрушения, в который в качестве расчетных параметров входят коэффициент интенсивности напряжений и Т-напряжения по фронту трещины, а в качестве экспериментальных данных — предел прочности $\sigma_{\text{в}}$ и вязкость разрушения K_{Ic}.

Критерий разрушения для плоского деформированного состояния. Рассмотрим сначала плоское деформированное состояние (ПДС). В случае сохранения только одного несингулярного члена в разложении Вильямса выражения для напряжений в плоскости трещины на расстоянии от ее вершины, равном размеру зоны предразрушения, будут иметь вид [8]

$$\sigma_x = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_c}} + T; \quad \sigma_y = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}}; \quad \sigma_z = \mu\left(\frac{2K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}} + T\right); \quad \tau_{xy} = 0,$$

где σ_x, σ_y, τ_{xy} — осевые и касательное напряжения; K_{I} — КИН типа I; T — Т-напряжения; μ — коэффициент Пуассона; r_{c} — размер зоны предразрушения.

Очевидно, что $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ будут главными напряжениями. Введем для упрощения выкладок обозначение

$$\sigma = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}}. \tag{1}$$

Тогда выражения для главных напряжений можно записать в виде

$$\sigma' = \sigma, \quad \sigma'' = \sigma + T, \quad \sigma''' = \mu(2\sigma + T). \tag{2}$$

В результате эквивалентное напряжение по теории прочности Хубера — Мизеса [9] с учетом (2) приобретает вид

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma' - \sigma'')^2 + (\sigma' - \sigma''')^2 + (\sigma'' - \sigma''')^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(T^2 + \sigma^2(1-2\mu)^2 + 2\sigma T(1-2\mu)(1-\mu) +$$

$$+\ T^2(1-\mu)^2 + \sigma^2(1-2\mu)^2 - 2\sigma T(1-2\mu)\mu + \mu^2 T\Big)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \sqrt{\sigma^2(1-2\mu)^2 + T^2(1-\mu+\mu^2) + \sigma T(1-2\mu)^2}.$$

Приравняв это выражение пределу прочности, придем к квадратному уравнению относительно σ:

$$\sigma^2(1-2\mu)^2 + \sigma T(1-2\mu)^2 - \sigma_{\text{в}}^2 + T^2(1-\mu+\mu^2) = 0.$$

Пригодный корень данного уравнения имеет вид

$$\sigma = -\frac{T}{2} + \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{\sigma_{\text{в}}^2 - T^2(1-\mu+\mu^2)}{(1-2\mu)^2}}. \tag{3}$$

Определим размер зоны предразрушения аналогично тому, как это делается при вычислении поправки Ирвина на пластическую зону. Также воспользуемся теорией прочности Треска — Сен-Венана [9], учитывая Т-напряжения. Предположим, что $T < 0$. В этом случае главные напряжения можно записать так:

$$\sigma_1 = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}}, \quad \sigma_2 = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}} + T, \quad \sigma_3 = \mu\left(\frac{2K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}} + T\right).$$

Тогда условие прочности будет иметь вид

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{K_{\text{Ic}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}} - \mu\left(\frac{2K_{\text{Ic}}}{\sqrt{2\pi r_{\text{c}}}} + T\right) = \sigma_{\text{в}},$$

где K_{Ic} — вязкость разрушения, т. е. критическое значение КИН, полученное при наиболее жестком стеснении деформации, которое реализуется в условиях ПДС.

Отсюда следует

$$r_{\text{c}} = \frac{(1-2\mu)^2}{2\pi}\left(\frac{K_{\text{Ic}}}{\sigma_{\text{в}} + \mu T}\right)^2. \tag{4}$$

ŋqdqүеү bĘ dәdĘbүзә d ɘɔɑɓɔү ɹqdqүqүè