

Горев Павел Михайлович,

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и методики обучения математике ФГБОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет», г. Киров

pavel-gorev@mail.ru

Практикум по математическому анализу на младших курсах: методические находки

Аннотация. В статье описан подход к обучению студентов (бакалавров) младших курсов математических специальностей (направлений подготовки) математическому анализу, основанный на взглядах автора, выработанных в процессе практической деятельности в течение последних десяти лет. Раскрывается типизация занятий практикума, этапы каждого из них, приводятся содержательные примеры, используемые в ходе работы со студентами в рамках практикума.

Ключевые слова: практикум по математическому анализу, адаптация, студенты младших курсов, преподавание математики.

Модернизация отечественного высшего образования предполагает переход на новые образовательные стандарты, одним из ключевых моментов которых является внедрение в образовательный процесс активных методов обучения и контроля знаний обучающихся. Важным моментом в обучении, в частности математическим дисциплинам, остается проблема оптимальности выбора технологии, то есть взаимосвязанной совокупности методов, форм и средств обучения. Традиционно при обучении студентов математическому анализу в вузе используются технологии, базирующиеся на лекционно-семинарской системе, включающей лекционные, практические занятия, семинары, лабораторные работы, консультации, занятия контроля знаний и умений студентов, зачеты и экзамены. В процессе преподавания практикума по математическому анализу в рамках этой системы возникает ряд проблем, как при традиционном, так, и особо, при инновационном подходе к организации учебного процесса, часть из которых можно решить, модернизируя технологию обучения. Ниже описан подход к обучению студентов (бакалавров) младших курсов математических специальностей (направлений подготовки) математическому анализу.

В начале обучения большинство первокурсников испытывает ряд трудностей, связанных в первую очередь с различием образовательных систем школы и вуза. В течение первого семестра происходит процесс адаптации к новой образовательной среде, однако студенты не в равной мере осуществляют переход к новым формам обучения, при которых доля самостоятельной работы над материалом значительно выше, нежели это было в школе. Отсутствие самостоятельной работы, недостаточность контроля со стороны преподавателя (в сравнении со школьным учителем), слабая базовая подготовка служат причиной плохого усвоения учебного материала и, как следствие, плохой успеваемости. Поэтому целесообразно обучение на младших курсах приблизить к школьным формам (но не заменить ими), усилить контроль над выполнением самостоятельной работы.

Выделим среди занятий практикума основные виды и постараемся показать, как решаются различные образовательные вопросы на этих занятиях.

В начале учебного года в рамках практикума проводится **вводное занятие**, основной целью которого является организация процесса обучения. Студентам разъясняется, какой материал они будут изучать, какие занятия и в каком количестве будут

проведены в семестре, как необходимо готовиться к занятиям, каковы сроки выполнения контрольных работ (в том числе и домашних), как будут оцениваться результаты работы в семестре (за что и в каком количестве выставляться рейтинговые баллы) и т. п. Необходимость такого занятия предполагает реализация **принципа открытости информации**: в каждый момент времени студент должен знать, что ему необходимо знать и уметь, что для этого необходимо сделать, каковы результаты его деятельности в этот момент и т. д.

На вводном занятии студенты также получают программу **вводного минимума** – список вопросов школьной программы, знание которых необходимо для успешного усвоения курса математического анализа. На самостоятельную подготовку и консультации с преподавателем, как правило, дается две–три недели, по истечении которых вводный минимум сдается в два этапа (теоретическая и практическая части) в форме теста вне учебных занятий. Проведение зачета по вводному минимуму позволяет сориентировать студентов на повторение школьного курса, выявить пробелы в базовых знаниях первокурсников, что дает преподавателю возможность эффективнее вести образовательную деятельность. Кроме того, не меняющийся из года в год тест дает сравнительную характеристику выпускников различных лет, поступающих на математические специальности (направления подготовки) факультета.

Приведем здесь список вопросов теоретической части вводного минимума.

1. Выражения и преобразования. Многочлены от одной переменной. Формулы сокращенного умножения. Формула корней квадратного трехчлена, нахождение рациональных корней многочленов высоких степеней. Разложение многочленов на множители. Деление «уголком». Модуль действительного числа, его свойства. Корень n -й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем, свойства степеней. Логарифм и его свойства. Тожественные преобразования иррациональных, степенных, логарифмических выражений. Арифметическая прогрессия, формулы общего члена, суммы первых членов арифметической прогрессии. Геометрическая прогрессия, формулы общего члена, суммы первых членов геометрической прогрессии, суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии.

2. Тригонометрия. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы сложения аргументов, сложения функций, произведения функций, двойного угла, понижения степени, приведения. Универсальная тригонометрическая подстановка. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числового аргумента. Основные соотношения для обратных тригонометрических функций. Тожественные преобразования тригонометрических выражений.

3. Функции. Область определения функции, множество значений. Нули функции, промежутки знакопостоянства. Свойства функций: четность (нечетность), периодичность, монотонность. Экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции. Элементарные функции, их свойства и графики: линейная, квадратичная, дробно-линейная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические. Основные приемы преобразования графиков функций: сдвиги, растяжения, отображения относительно осей. Построение графиков функций, содержащих знак модуля.

4. Метод координат на плоскости. Координаты точки на плоскости. Расстояние между точками. Взаимное расположение двух прямых на плоскости: параллельность, перпендикулярность. Угол между прямыми. Уравнение окружности.

Основной единицей практикума является **практическое занятие**. Предполагается, что каждое занятие реализуется на четырех основных этапах: подготовка к занятию, аудиторная, самостоятельная работы и контроль знаний и умений студента. При этом на первое место выходят **принципы сознательности и самостоятельности в обучении**. При *подготовке к занятию* студент изучает теоретический материал, обозначенный в вопросах к обсуждению, разбирает примеры решения задач, представленные в специальном учебном пособии [1]. Как правило, практические

занятия проводятся после прочтения соответствующих вопросов в лекционном курсе. *Аудиторная работа* направлена на обсуждение основных теоретических вопросов и ключевых задач темы занятия. Она проводится, как правило, фронтально с использованием непродолжительных самостоятельных работ для решения задач. Цель аудиторной работы заключается в предоставлении студенту возможности получить наиболее полные представления о решении задач и их теоретическом обосновании. На этапе *самостоятельной работы* студент решает предложенные задачи и выявляет пробелы в знаниях при помощи теста «Проверь себя» с открытыми ответами. Количество задач в домашних заданиях обусловлено требованиями учебных программ нового поколения, предполагающих большой объем самостоятельной работы; возникает также необходимость расширить спектр задач, определить их место и значение во всем курсе «Введение в анализ», что обеспечивается включением заданий, связывающих тему занятия с предыдущим материалом. Каждое следующее практическое занятие начинается с *контрольного теста* по изученному ранее материалу, дающего оценку знаниям и умениям студента. Цель такого теста – дать информацию (и в первую очередь самому первокурснику) о результатах обучения математическому анализу.

В качестве примера приведем содержание занятия, посвященного понятию и свойствам последовательностей из авторского пособия к практикуму [2].

Последовательности

1. Вопросы к обсуждению.

Последовательность, ее график. Рекуррентно заданные последовательности. Подпоследовательности. Ограниченные и монотонные последовательности.

2. Примеры решения задач.

Пример 1. Дана последовательность $\frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \frac{4}{5}; \frac{1}{2}; \dots$. Из следующих формул выберите формулу ее общего члена:

$$1) x_n = \frac{n+(-1)^n}{n+2}; \quad 2) x_n = \frac{n+(-1)^n+2}{n+2}; \quad 3) x_n = \frac{n+(-1)^{n+1}}{n+2}.$$

► Находим x_1 для всех данных последовательностей: 1) $x_1 = 0$, значит, эта формула не подходит; 2) $x_1 = \frac{2}{3}$; 3) $x_1 = \frac{2}{3}$. Находим x_2 для оставшихся последовательностей: 2) $x_2 = \frac{5}{4}$, значит, эта формула не подходит; 3) $x_2 = \frac{1}{4}$. Вычислим по формуле 3) остальные данные нам члены: $x_3 = \frac{4}{5}$, $x_4 = \frac{1}{2}$. Итак, $x_n = \frac{n+(-1)^{n+1}}{n+2}$.

Пример 2. Дана последовательность $0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{3}; 0; \frac{1}{4}; \dots$. Из данных формул выберите формулу ее общего члена:

$$1) x_n = \frac{1+(-1)^n}{n+1}; \quad 2) x_n = \frac{n+(-1)^n}{n+2}; \quad 3) x_n = \frac{1+(-1)^n}{n+2}; \quad 4) x_n = \frac{1+(-1)^{n+1}}{n+2}.$$

► Так как числители при нечетных номерах должны равняться нулю, то формулы 2) и 4) не подходят, а формулы 1) и 3) этому условию удовлетворяют. При четных номерах $n = 2k$ в формуле 1) получаем $x_n = \frac{2}{2k+1}$, а в формуле 3) $x_n = \frac{2}{2k+2} = \frac{1}{n/2+1}$, что совпадает с видом членов последовательности.

Пример 3. Дана последовательность $x_n = n^2 - 2n + 39$. Найдите разность между 31-м и 30-м членами этой последовательности.

► Составим разность $x_{31} - x_{30} = (31^2 - 2 \cdot 31 + 39) - (30^2 - 2 \cdot 30 + 39) = (31^2 - 30^2) - 2(31 - 30) = 61 \cdot 1 - 2 = 59$.