ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

Учебное пособие для вузов

Составители:
А.Н. Ларионов,
В.В. Чернышёв,
Н.Н. Ларионова

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2009

ŋqdqɏeɎ bɆ dədɆbɎзə d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɏè

СОДЕРЖАНИЕ

ђqdqyеҰ bɆ dеdɆbҰзе d еɑɑбɑҰ Ɉqdqүqɥè

том случае, если U зависит не от двух переменных x_1 и x_2 порознь, а только от их разности $x = x_1 - x_2$:

$$U(x_1, x_2) = U(x_1 - x_2) = U(x).$$

При этом условии силы, действующие на первую и вторую частицу, равны соответственно:

$$\begin{cases} F_{1,2} = -\dfrac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1} = -\dfrac{\partial U(x)}{\partial x_1} = -\dfrac{\partial U(x)}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial x}{\partial x_1} = -\dfrac{\partial U}{\partial x}, \\ F_{2,1} = -\dfrac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2} = -\dfrac{\partial U(x)}{\partial x_2} = -\dfrac{\partial U(x)}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial x}{\partial x_2} = +\dfrac{\partial U}{\partial x}, \end{cases}$$

где $F_{1,2}$ – сила, действующая на частицу 1 со стороны частицы 2, $F_{2,1}$ – сила, действующая на частицу 2 со стороны частицы 1. Из полученных соотношений следует, что в соответствии с третьим законом Ньютона $F_{1,2} = -F_{2,1}$. Складывая уравнения движения частиц $d\vec{p}_1/dt = \vec{F}_{1,2}$ и $d\vec{p}_2/dt = \vec{F}_{2,1}$, где $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ – импульсы частиц, получим:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0.$$

Следовательно,

$$\sum_i \vec{p}_i = 0\,. \qquad (2)$$

Уравнение (2) выражает закон сохранения импульса: *если на систему не действуют внешние силы или их векторная сумма равна нулю, то суммарный импульс системы с течением времени не изменяется*. Для материальной точки закон сохранения импульса означает, что в отсутствие внешних сил она движется прямолинейно с постоянной скоростью. Для системы материальных точек закон сохранения импульса утверждает, что в отсутствие внешних сил центр масс системы движется прямолинейно и равномерно.

Уравнение (2) может быть представлено в виде суммы трех скалярных уравнений:

$$\sum_i p_{xi} = const_1,\ \sum_i p_{yi} = const_2,\ \sum_i p_{zi} = const_3,$$

то есть не только сумма векторов импульсов, но и *сумма проекций этих векторов на координатные оси остаются постоянными*. Возможна ситуация, когда система материальных точек или отдельная материальная точка не изолирована, но внешние силы действуют лишь в определенных направлениях, а в других направлениях отсутствуют. Тогда можно так выбрать систему координат, чтобы одна или две проекции внешних сил обратились в нуль. Рассмотрим частный случай, когда внешние силы, действующие на составные части системы, перпендикулярны некоторому направлению, например, осям *OX* и *OУ*, то есть $F_x = 0,\ F_y = 0,\ F_z \neq 0$. В этом случае уравнение движения $d\vec{p}/dt = \vec{F}$, записанное в компонентах величин по координатным осям, примет следующий вид:

$$\frac{dp_x}{dt} = 0;\ \ \frac{dp_y}{dt} = 0;\ \ \frac{dp_z}{dt} = F_z. \qquad (3)$$

Интегрируя первые два уравнения системы (3), получим:

$$p_x = const;\ p_y = const. \qquad (4)$$

Из уравнений (4) следует, что в направлениях, параллельных плоскости *X–У*, система ведет себя как изолированная. Например, вблизи поверхности Земли силы тяготения направлены вертикально, а горизонтальные составляющие отсутствуют. Поэтому в данном случае систему материальных точек относительно движения в горизонтальном направлении можно рассматривать как изолированную, если учитывать только силы тяготения.

Потенциальное силовое поле

Если в каждой точке пространства на частицу действует определенная сила, это означает, что частица находится в *силовом поле*. Примерами силового поля являются поле сил тяжести, поле упругих сил, поле сил сопротивления в потоке жидкости или газа. Таким образом, *часть пространства, в которой действуют силы на внесенные в нее тела, называется силовым полем*.

Поле, не изменяющееся во времени, называется стационарным. Поле, стационарное в одной системе отсчета, может оказаться нестационарным в другой системе отсчета.

Различают два вида силовых полей: поле консервативных сил и поле неконсервативных сил. *Сила, работа которой не зависит от пути, по которому точка ее приложения переходит из начального положения в конеч-*

ное, называется консервативной. Работа консервативных сил не зависит от траектории, по которой движется точка приложения силы. Это означает, что работа перемещения точки из положения *1* в *2* по пути *1–3–2* и по пути *1–4–2* (рис. 2) одинакова, если она совершается консервативными силами, то есть $A_{132} = A_{142}$. Так как силы зависят от конфигурации системы, то $A_{132} =$ $= -A_{241}$, где A_{241} – работа, совершаемая при переходе из положения *2* в положение *1* по пути *2–4–1*. Таким образом, $A_{132} + A_{241} = 0$. Но сумма $A_{132} + A_{241}$ равна работе, совершенной силами при перемещении точки по замкнутому контуру. Следовательно, работа консервативных сил при перемещении по замкнутому контуру равна нулю. Векторное поле, циркуляция которого по произвольному замкнутому контуру равна нулю, называется потенциальным. Поэтому поле, в котором действуют только консервативные силы, называется потенциальным. Консервативными являются, например, электростатические силы, упругости, тяготения.

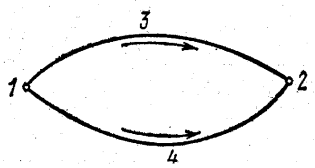

Рис. 2

Закон сохранения механической энергии

Рассмотрим систему N материальных точек массами $m_1, m_2, \ldots m_i, \ldots m_N$, между которыми действуют только консервативные силы. Запишем для каждой точки уравнение второго закона Ньютона:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \dfrac{d\vec{\upsilon}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1N} = \sum\limits_{j=2}^{N} \vec{F}_{1j} = \vec{F}_1; \\ m_2 \cdot \dfrac{d\vec{\upsilon}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2N} = \sum\limits_{j=1,(j\neq 2)}^{N} \vec{F}_{2j} = \vec{F}_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_N \cdot \dfrac{d\vec{\upsilon}_N}{dt} = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \ldots + \vec{F}_{N,N-1} = \sum\limits_{j=1}^{N-1} \vec{F}_{Nj} = \vec{F}_N; \end{cases} \tag{5}$$

где $\vec{F}_{ij}$ – консервативная сила, действующая на $i^{\text{-ю}}$ точку со стороны $j^{\text{-й}}$ точки. Суммарная сила, действующая на $i^{\text{-ю}}$ точку со стороны всех остальных точек системы, равна $\vec{F}_i = \sum\limits_{j=1(j\neq i)}^{N} \vec{F}_{ij}$.