

УДК 22.236
ББК 531.3
Ш 607



Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
по проекту №05-01-14070.

Шильников Л. П., Шильников А. Л., Тураев Д. В., Чуа Л.

Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2. — М.—Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. — 548 с.

Книга представляет собой полное руководство по качественным методам теории динамических систем и теории бифуркаций в нелинейной динамике. В ней обсуждаются вопросы структурной устойчивости, теория локальных и гомоклинических бифуркаций, инвариантные торы и теоремы о центральном многообразии, а также рассмотрены многочисленные примеры.

Наряду с общеизвестными классическими результатами в книге представлены новые результаты и методы, полученные и разработанные Нижегородской школой профессора Л. П. Шильникова.

Для студентов, аспирантов и исследователей, специализирующихся в области динамических систем и задач нелинейной динамики.

ISBN 978-5-93972-700-6

ББК 531.3

© Л. П. Шильников, А. Л. Шильников, Д. В. Тураев, Л. Чуа, 2009

© Перевод на русский язык:

НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Введение в часть 2	12
ГЛАВА 7. Структурно устойчивые системы	27
7.1. Грубые системы на плоскости. Теорема Андронова–Понтрягина	28
7.2. Множество центральных движений	33
7.3. Общая классификация центральных движений	37
7.4. Замечания о грубости динамических систем высокого порядка	43
7.5. Системы Морса–Смейла	46
7.6. Некоторые свойства систем Морса–Смейла	53
ГЛАВА 8. Бифуркации динамических систем	61
8.1. Системы первой степени негрубости	62
8.2. Замечания, касающиеся бифуркаций многомерных систем	69
8.3. Негрубые гомоклинические и гетероклинические орбиты. Модули топологической эквивалентности	72
8.4. Бифуркации в конечнопараметрических семействах. Постановка задачи Андронова	75
ГЛАВА 9. Поведение динамических систем на границах областей устойчивости состояний равновесия	81
9.1. Теоремы редукции. Функции Ляпунова	82
9.2. Первый критический случай	88
9.3. Второй критический случай	94
ГЛАВА 10. Поведение динамических систем на границах областей устойчивости периодических траекторий	102
10.1. Редукция отображения Пуанкаре. Функции Ляпунова	102
10.2. Первый критический случай	106
10.3. Второй критический случай	114
10.4. Третий критический случай. Слабые резонансы	117
10.5. Сильные резонансы	123

10.6. Переход через сильный резонанс на границе устойчивости . .	138
10.7. Дополнительные замечания, касающиеся резонансов	148
ГЛАВА 11. Локальные бифуркации при пересечении границы устойчивости	151
11.1. Бифуркационные поверхности и трансверсальные семейства .	151
11.2. Бифуркации состояния равновесия с одним нулевым показателем	157
11.3. Бифуркации периодических орбит с мультипликатором, равным $+1$	177
11.4. Бифуркации периодических орбит с мультипликатором -1 . .	191
11.5. Бифуркация Андронова–Хопфа	206
11.6. Рождение инвариантного тора	220
11.7. Бифуркации резонансных периодических орбит, сопровождающие рождение инвариантного тора	231
ГЛАВА 12. Глобальные бифуркации при исчезновении седло-узловых состояний равновесия и периодических орбит	243
12.1. Бифуркации гомоклинической петли к состоянию равновесия типа седло-узел	243
12.2. Рождение инвариантного тора	255
12.3. Рождение бутылки Клейна	271
12.4. Катастрофа голубого неба	275
12.5. О вложении в поток	286
ГЛАВА 13. Бифуркации гомоклинических петель седловых состояний равновесия	292
13.1. Устойчивость петли сепаратрисы на плоскости	293
13.2. Бифуркации предельного цикла от петли сепаратрисы к седлу с ненулевой седловой величиной	304
13.3. Бифуркации петли сепаратрисы с нулевой седловой величиной	317
13.4. Рождение периодических орбит из гомоклинической петли (случай $\dim W^u = 1$)	325
13.5. Поведение траекторий вблизи гомоклинической петли в случае $\dim W^u > 1$	348
13.6. Бифуркации гомоклинических петель коразмерности два . . .	352
13.6.1. Случай $A = 0$	359
13.6.2. Случай $\Gamma \subset W^s$	363
13.6.3. Случай $\sigma = 0$	365

13.7. Бифуркации гомоклинических восьмерок и гетероклинических циклов	368
13.8. Оценки на поведение траекторий вблизи седлового состояния равновесия	391
ГЛАВА 14. Безопасные и опасные границы устойчивости	403
14.1. Основные границы области устойчивости состояний равновесия и периодических орбит	404
14.2. Классификация границ областей устойчивости коразмерности один	406
14.2.1. Список безопасных границ	408
14.2.2. Список опасных границ	412
14.3. Динамически определенные и неопределенные границы областей устойчивости	414
Приложение С. Примеры, задачи и упражнения	419
С.1. Качественное интегрирование	419
С.2. Грубые состояния равновесия и границы устойчивости	420
С.2.1. Критерий Рауса–Гурвица	420
С.2.2. Трехмерный случай	423
С.3. Периодически возмущенные системы	441
С.4. Приведение к нормальной форме	455
С.5. Поведение на границах устойчивости	472
С.6. Бифуркации неподвижных точек и периодических орбит	479
С.7. Гомоклинические бифуркации	509
Литература	534