

УДК 51(076)
ББК 22.1.729
Ш12

Шабунин М. И.

Ш12 Математика : пособие для поступающих в вузы / М. И. Шабунин. — 8-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 747 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-902-2

Книга предназначена для всех, кто, обладая знаниями основ школьного курса математики, хочет систематизировать свои знания, а также стремится успешно сдать ЕГЭ и вступительные экзамены в вуз. Пособие окажется полезным студентам педагогических вузов, а также учителям средних школ.

Каждый раздел пособия содержит необходимый справочный материал и подробно разобранные примеры, взятые из олимпиад МФТИ и практики вступительных экзаменов в вузы, предъявляющие достаточно высокие требования к математической подготовке абитуриентов. Кроме того, в пособие включены задачи для самостоятельной работы учащихся. Ко всем задачам даны ответы, а к некоторым наиболее трудным — краткие указания.

В пособие также включены образцы вариантов вступительных экзаменов в МФТИ.

УДК 51(076)
ББК 22.1.729

Деривативное издание на основе печатного аналога: Математика : пособие для поступающих в вузы / М. И. Шабунин. — 8-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 744 с. : ил. — ISBN 978-5-00101-199-6.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-00101-902-2

© Лаборатория знаний, 2015

Оглавление



Предисловие автора	10
Глава 1. Действительные числа	11
§ 1. Необходимые и достаточные условия. Целые и рациональные числа. Метод математической индукции	11
Справочные сведения	11
Примеры с решениями	13
Задачи	18
Ответы	19
§ 2. Действительные числа, степени и корни, логарифмы. Тожде- ственные преобразования алгебраических выражений	19
Справочные сведения	19
Примеры с решениями	23
Задачи	29
Ответы	30
§ 3. Последовательность. Арифметическая и геометрическая про- грессии. Предел последовательности	31
Справочные сведения	31
Примеры с решениями	34
Задачи	39
Ответы	41
§ 4. Основные формулы тригонометрии. Арксинус, арккосинус и арктангенс числа	42
1. Основные формулы тригонометрии	42
Справочные сведения	42
Примеры с решениями	46
Задачи	53
Ответы	55
2. Арксинус, арккосинус и арктангенс числа	56
Справочные сведения	56
Примеры с решениями	58
Задачи	62
Ответы	63
§ 5. Числовые неравенства	63
Справочные сведения	63
Примеры с решениями	68
Задачи	73
Ответы и указания	76
Глава 2. Алгебраические уравнения	78
§ 6. Уравнение и его корни. Преобразование уравнений	78
Справочные сведения	78
Задачи	83
Ответы	83

§ 7. Рациональные уравнения	84
Справочные сведения	84
Примеры с решениями	87
Задачи	90
Ответы	91
Указания	91
§ 8. Иррациональные уравнения. Уравнения, содержащие знак модуля	91
Справочные сведения	91
Примеры с решениями	92
Задачи	96
Ответы	97
Указания	97
Глава 3. Показательные и логарифмические уравнения	98
§ 9. Показательные уравнения	98
Справочные сведения	98
Примеры с решениями	98
Задачи	100
Ответы	101
§ 10. Логарифмические уравнения	101
Справочные сведения	101
Примеры с решениями	102
Задачи	108
Ответы	109
Глава 4. Тригонометрические уравнения	110
§ 11. Простейшие тригонометрические уравнения. Уравнения, сводящиеся к алгебраическим относительно $\sin x$, $\cos x$ и $\operatorname{tg} x$	110
Справочные сведения	110
Примеры с решениями	112
Задачи	115
Ответы	115
§ 12. Решение уравнений с помощью введения вспомогательного угла, методом замены неизвестного и разложения на множители, с помощью формул понижения степени	116
Справочные сведения	116
Примеры с решениями	119
Задачи	125
Ответы	126
§ 13. Уравнения, решаемые с помощью оценки их левой и правой частей. Уравнения, содержащие знаки корня и модуля ..	127
Справочные сведения	127
Примеры с решениями	128
Задачи	139
Ответы	139
§ 14. Тригонометрические уравнения различных видов	140
Примеры с решениями	140
Задачи	146
Ответы	146
Задачи к главе IV	147
Ответы	150
Указания	154

Глава 5. Системы уравнений	156
§ 15. Основные понятия, относящиеся к системам уравнений. Системы линейных уравнений	156
Справочные сведения	156
Примеры с решениями	162
Задачи	167
Ответы	169
Указания	170
§ 16. Системы алгебраических уравнений	170
1. Нелинейные системы уравнений с двумя неизвестными	170
а) Однородные системы	170
б) Симметрические системы	173
в) Другие типы систем	175
Задачи	178
Ответы	179
Указания	179
2. Иррациональные системы с двумя неизвестными	181
Задачи	184
Ответы	185
Указания	185
3. Алгебраические системы с тремя неизвестными	186
Справочные сведения	186
Примеры с решениями	188
Задачи	194
Ответы	195
Указания	196
§ 17. Задачи на составление и решение уравнений	200
1. Задачи на движение	200
Справочные сведения	200
Примеры с решениями	200
2. Задачи на сплавы и смеси	210
Справочные сведения	210
Примеры с решениями	211
3. Задачи на совместную работу	212
Примеры с решениями	212
Задачи	214
Ответы	217
§ 18. Системы показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений	217
1. Системы показательных уравнений	217
Примеры с решениями	217
2. Системы, содержащие логарифмы с постоянными основаниями	220
Примеры с решениями	220
3. Системы, содержащие логарифмы с переменными основаниями	225
Примеры с решениями	225
Задачи	227
Ответы	228
Указания	229
4. Системы тригонометрических уравнений	230
Примеры с решениями	230

Задачи	240
Ответы	240
Указания	241
Глава 6. Алгебраические неравенства	243
§ 19. Основные понятия, связанные с решением неравенств	243
Справочные сведения	243
Примеры с решениями	246
Задачи	250
Ответы	251
§ 20. Квадратный трехчлен и квадратные неравенства	251
Справочные сведения	251
Примеры с решениями	255
Задачи	263
Ответы	264
§ 21. Рациональные неравенства	264
1. Метод интервалов	264
Примеры с решениями	264
2. Расположение корней квадратного трехчлена на числовой оси	269
Справочные сведения	269
Примеры с решениями	273
Задачи	274
Ответы	275
§ 22. Иррациональные неравенства	275
Справочные сведения	275
Примеры с решениями	276
Задачи	283
Ответы	284
Глава 7. Показательные, логарифмические и тригонометрические нера- венства	285
§ 23. Показательные неравенства	285
Справочные сведения	285
Примеры с решениями	286
Задачи	290
Ответы	290
§ 24. Логарифмические неравенства	291
1. Логарифмические неравенства с постоянными основаниями	291
Справочные сведения	291
Примеры с решениями	292
2. Логарифмические неравенства с переменными основаниями	301
Справочные сведения	301
Примеры с решениями	301
Задачи	308
Ответы	310
§ 25. Тригонометрические неравенства	311
Примеры с решениями	311
Задачи	320
Ответы	320

Глава 8. Системы неравенств с двумя переменными	322
§ 26. Неравенства и системы линейных неравенств с двумя переменными	322
1. Прямая на плоскости	322
Справочные сведения	322
2. Угол между прямыми	323
3. Линейные неравенства с двумя переменными	324
4. Системы линейных уравнений и неравенств с двумя переменными	326
Справочные сведения	326
Примеры с решениями	327
5. Уравнения, неравенства и системы неравенств с двумя переменными, содержащие знак модуля	330
Примеры с решениями	330
Задачи	334
Ответы	335
§ 27. Нелинейные системы неравенств с двумя переменными	336
Примеры с решениями	336
Задачи	342
Ответы	343
Глава 9. Планиметрия	344
§ 28. Треугольник	344
Справочные сведения	344
Примеры с решениями	347
Задачи	362
Ответы	368
§ 29. Четырехугольник	368
Справочные сведения	368
Примеры с решениями	370
Задачи	384
Ответы	388
§ 30. Окружность и круг	389
Справочные сведения	389
Примеры с решениями	391
Задачи	401
Ответы	407
§ 31. Комбинации геометрических фигур	407
Примеры с решениями	407
Задачи	424
Ответы	428
Глава 10. Прямые и плоскости в пространстве	429
§ 32. Справочный материал по стереометрии	429
§ 33. Сечения многогранников	449
Справочные сведения	449
Примеры с решениями	450
§ 34. Вычисление углов в пространстве	461
1. Угол между прямыми	461
Справочные сведения	461
Примеры с решениями	462

2. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью	467
а) Перпендикулярность прямой и плоскости	467
Справочные сведения	467
Примеры с решениями	467
б) Угол между прямой и плоскостью	469
Справочные сведения	469
Примеры с решениями	470
3. Двугранные углы	473
Справочные сведения	473
Примеры с решениями	473
§ 35. Вычисление расстояний в пространстве	482
1. Расстояние между двумя точками	482
Справочные сведения	482
Примеры с решениями	482
2. Расстояние от точки до прямой	485
Справочные сведения	485
Примеры с решениями	486
3. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями	486
Примеры с решениями	488
4. Расстояние между скрещивающимися прямыми	494
Справочные сведения	494
Примеры с решениями	495
Глава 11. Многогранники	500
§ 36. Треугольная пирамида	500
1. Объем пирамиды	500
Справочные сведения	500
Примеры с решениями	500
2. Пирамида и сфера	508
Справочные сведения	508
Примеры с решениями	509
3. Разные задачи	515
Примеры с решениями	515
§ 37. Четырехугольная и шестиугольная пирамиды	530
Примеры с решениями	530
§ 38. Призма	543
Примеры с решениями	543
Глава 12. Круглые тела, комбинации геометрических тел	559
§ 39. Конус, цилиндр и сфера	559
Справочные сведения	559
1. Конус и сфера. Цилиндр и сфера	559
Примеры с решениями	559
2. Сфера, прямая и плоскость	564
Справочные сведения	564
Примеры с решениями	565
§ 40. Комбинации круглых тел и многогранников	568
1. Цилиндр и многогранник. Конус и многогранник	568
Примеры с решениями	568
2. Комбинации многогранников	581
Примеры с решениями	581

Задачи к главам 10–12	585
Первый уровень	585
Второй уровень	587
Третий уровень	594
Ответы	600
Глава 13. Производная и интеграл	603
§ 41. Производная и ее применение к исследованию функций	603
Справочные сведения	603
Примеры с решениями	606
Задачи	618
Ответы	621
§ 42. Интеграл и его приложения	622
Справочные сведения	622
Примеры с решениями	624
Задачи	630
Ответы	632
Глава 14. Задачи с параметрами. Разные задачи	633
§ 43. Уравнения и системы уравнений с параметрами	633
Примеры уравнений с параметрами	633
Примеры систем уравнений с параметрами	650
Задачи	666
Ответы	672
§ 44. Неравенства и системы неравенств с параметрами	673
Примеры с решениями	673
Задачи	692
Ответы	694
§ 45. Делимость целых чисел, сравнения, целочисленные решения уравнений	694
Примеры с решениями	694
Задачи	701
Ответы	702
§ 46. Элементы комбинаторики	702
Справочные сведения	702
Примеры с решениями	703
Задачи	704
Ответы	705
§ 47. Разные задачи по алгебре	705
Примеры с решениями	705
Задачи	708
Ответы	709
Варианты олимпиад и письменных вступительных экзаменов по математике в МФТИ	710
Ответы к вариантам	714