

УДК 22.161.0

ББК 517.1

А 659

---

Интернет-магазин

**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - нефтегазовые технологии
- 

**Андрианов И., АвреЙцевич Я.**

Методы асимптотического анализа и синтеза в нелинейной динамике и механике деформируемого твердого тела. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. — 276 с.

Книга посвящена современным асимптотическим методам, широко используемым в нелинейной динамике и механике деформируемого твердого тела. Авторы обобщили свой многолетний опыт в этой области, нашедший отражение в большом количестве статей и монографий, а также учли достижения коллег. Изложение основано на примерах, при этом авторы старались избегать сложных формальных выкладок и обоснований, отдавая предпочтение описанию основных идей и алгоритмов. Значительное внимание уделено методам суммирования, неразрывно связанным с современными асимптотическими подходами. Основной посыл авторов заключается в утверждении: современная компьютерная революция, бурное развитие численных методов и массированное применение пакетов программ не только не обесценили асимптотические методы, но даже сделали их более значимыми. Именно в разумном сочетании численных и асимптотических подходов заключены истоки прогресса в области нелинейной динамики и механики деформируемого твердого тела.

Книга рассчитана на широкий круг читателей: студентов, аспирантов и преподавателей, научных работников и инженеров, связанных с решением задач механики и физики.

**ISBN 978-5-4344-0116-6**

**ББК 517.1**

© И. Андрианов, Я. АвреЙцевич, 2013

© Ижевский институт компьютерных исследований, 2013

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

|  |    |
|--|----|
| <b>Предисловие</b> . . . . .   | 7  |
| <b>Список обозначений и сокращений</b> . . . . .   | 9  |
| <b>Введение. От принципа идеализации к асимптотологии</b> . . . . .                                  | 13 |
| <b>ГЛАВА 1. Асимптотические аппроксимации и ряды</b> . . . . .                                       | 17 |
| 1.1. Асимптотические ряды . . . . .  | 17 |
| 1.2. Асимптотические символы и действия над асимптотическими представлениями . . . . .               | 22 |
| 1.3. Выбор параметров асимптотического интегрирования . . . . .                                      | 26 |
| <b>ГЛАВА 2. Регулярные асимптотические разложения</b> . . . . .                                      | 31 |
| 2.1. Методы возмущений и итераций . . . . .  | 31 |
| 2.2. Задачи на собственные значения . . . . .  | 37 |
| 2.3. Метод сопряженных уравнений . . . . .   | 45 |
| 2.4. Нестепенные асимптотики . . . . .   | 46 |
| 2.5. Устранение неравномерностей асимптотических разложений . . . . .                                | 48 |
| 2.6. Выбор нулевого приближения . . . . .  | 55 |
| 2.7. Гомотопический метод возмущений . . . . .   | 57 |
| 2.8. Метод малых дельта . . . . .  | 62 |
| 2.9. Метод больших дельта . . . . .  | 68 |
| 2.10. Метод Ляпунова–Шмидта . . . . .  | 72 |
| 2.11. Метод возмущения формы границы . . . . .   | 75 |
| 2.12. Асимптотическая и реальная погрешности . . . . .   | 77 |
| <b>ГЛАВА 3. Сингулярные асимптотические разложения</b> . . . . .                                     | 81 |
| 3.1. Метод Гольденвейзера–Вишика–Люстерника . . . . .  | 81 |
| 3.2. Многоугольник Ньютона и его обобщения . . . . .   | 90 |
| 3.3. Пример асимптотического расщепления дифференциального уравнения в частных производных . . . . . | 98 |

|                 |   |            |
|-----------------|---|------------|
| 3.4.            | Расщепление граничных условий . . . . .   | 101        |
| 3.5.            | Метод Папковича–Фадле (однородных решений) . . . . .                                | 102        |
| 3.6.            | Угловые погранслои . . . . .  | 105        |
| 3.7.            | Применение обобщенных функций . . . . .   | 107        |
| 3.8.            | Метод многих масштабов . . . . .  | 112        |
| 3.9.            | Метод сращиваемых асимптотических разложений . . . . .                              | 115        |
| 3.10.           | О краевых задачах уточненных теорий . . . . .                                       | 118        |
| 3.11.           | «Идеализация мстит за себя» . . . . .   | 121        |
| <b>ГЛАВА 4.</b> | <b>Метод динамического краевого эффекта . . . . .</b>                               | <b>125</b> |
| 4.1.            | Линейные колебания стержня . . . . .  | 125        |
| 4.2.            | Нелинейные колебания стержня . . . . .  | 128        |
| 4.3.            | Нелинейные колебания прямоугольной пластины . . . . .                               | 132        |
| 4.4.            | Сочетание асимптотического и вариационного методов . . . . .                        | 137        |
| 4.5.            | О нормальных формах нелинейных колебаний распределенных систем . . . . .            | 141        |
| <b>ГЛАВА 5.</b> | <b>Континуализация . . . . .</b>  | <b>143</b> |
| 5.1.            | Дискретные и континуальные модели механики . . . . .                                | 143        |
| 5.2.            | Цепочка упруго связанных масс . . . . .   | 144        |
| 5.3.            | Классическая континуальная аппроксимация . . . . .                                  | 147        |
| 5.4.            | «Всплески» . . . . .  | 149        |
| 5.5.            | Континуализация огибающей . . . . .   | 151        |
| 5.6.            | Уточненные континуальные аппроксимации для описания собственных колебаний . . . . . | 152        |
| 5.7.            | Вынужденные колебания . . . . .   | 155        |
| <b>ГЛАВА 6.</b> | <b>Методы осреднения и гомогенизации . . . . .</b>                                  | <b>159</b> |
| 6.1.            | Осреднение при помощи метода многих масштабов . . . . .                             | 159        |
| 6.2.            | Метод «замораживания» для вязкоупругих задач . . . . .                              | 162        |
| 6.3.            | Метод ВКБ . . . . .   | 164        |
| 6.4.            | Метод Кузмака–Уизема (нелинейный метод ВКБ) . . . . .                               | 167        |
| 6.5.            | Дифференциальные уравнения с быстро переменными коэффициентами . . . . .            | 169        |
| 6.6.            | Дифференциальные уравнения с периодически разрывными коэффициентами . . . . .       | 176        |
| 6.7.            | Периодически перфорированная среда . . . . .  | 181        |
| 6.8.            | Волны в периодически неоднородной среде . . . . .                                   | 186        |

|   |     |
|---|-----|
| <b>ГЛАВА 7. Суммирование асимптотических рядов</b>                    | 191 |
| 7.1. Анализ степенных рядов   | 191 |
| 7.2. Аппроксимации Паде и непрерывные дроби                           | 196 |
| 7.3. Суммирование по Борелю   | 203 |
| <b>ГЛАВА 8. Применение аппроксимаций Паде</b>                         | 205 |
| 8.1. Ускорение сходимости итерационных процессов                      | 205 |
| 8.2. Исключение неоднородностей и уменьшение влияния эффекта Гиббса   | 207 |
| 8.3. Локализованные решения   | 209 |
| 8.4. Аппроксимация Эрмита – Паде и бифуркационные задачи              | 211 |
| 8.5. Оценки эффективных характеристик композитных материалов          | 212 |
| 8.6. Метод возмущения вида граничных условий                          | 213 |
| 8.7. И это далеко не все!   | 222 |
| <b>ГЛАВА 9. Сращивание асимптотических разложений</b>                 | 225 |
| 9.1. Метод асимптотически эквивалентных функций                       | 225 |
| 9.2. Двухточечные аппроксимации Паде                                  | 227 |
| 9.3. Другие методы построения асимптотически эквивалентных функций    | 231 |
| 9.4. Метод составных уравнений  | 233 |
| 9.5. Пример: уравнение Шрёдингера                                     | 235 |
| 9.6. Пример: асимптотически эквивалентные функции в теории композитов | 235 |
| <b>Заключение</b>   | 239 |
| <b>Литература</b>   | 243 |
| <b>Предметный указатель</b>   | 267 |
| <b>Именной указатель</b>  | 271 |