

УДК 515.1

Интернет-магазин

MAHES

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 04-01-14060.

Топологическая библиотека. Том III. Спектральные последовательности в топологии. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. — 640 стр.

Этот сборник, несколько условно разбитый на три тома, содержит оригинальные и ставшие уже классическими работы по топологии, отражающие ее развитие в 1950–60-ых годах. Многие оригинальные методы и конструкции из этих работ до сих пор не нашли удачного изложения в учебной литературе. Книга рекомендуется специалистам по математике и студентам и аспирантам, изучающим топологию.

ISBN 5-93972-484-1

© Институт компьютерных исследований, 2005

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Предисловие к третьему тому	11
1 \diamond Ж.-П. Серр. Сингулярные гомологии расслоенных пространств (Перев. В. Г. Болтянским под ред. А. Б. Сосинского)	13
ГЛАВА I. Понятие спектральной последовательности	16
1. Спектральная последовательность дифференциальной группы с возрастающей фильтрацией	16
2. Случай градуированной группы	19
3. Трансгрессия и надстройка	22
4. Точная последовательность	25
5. Спектральная последовательность — случай когомологий	27
6. Спектральная последовательность, связанная с универсальным накрытием	29
ГЛАВА II. Сингулярные гомологии и когомологии расслоенных пространств	31
1. Сингулярные кубические гомологии	31
2. Расслоенные пространства. Определение и простейшие свойства	35
3. Локальное семейство, образованное гомологиями слоя	37
4. Фильтрация сингулярного комплекса пространства E	40
5. Вычисление члена E_1	42
6. Вычисление члена E_2	44
7. Свойства спектральной последовательности гомологий	47
8. Спектральная последовательность когомологий	49
9. Свойства спектральной последовательности когомологий	53
10. Преобразование второго члена спектральных последовательностей гомологий и когомологий	55
11. Доказательство леммы 4	57
12. Доказательство леммы 5	60
13. Доказательство леммы 3	62

ГЛАВА III. Приложения спектральной последовательности расслоенных пространств	64
1. Первое приложение	64
2. Характеристика Эйлера – Пуанкаре расслоенных пространств	66
3. Расслоения евклидовых пространств	67
4. Точная последовательность	70
5. Точная последовательность Гизина	72
6. Точная последовательность Вана	73
7. Теорема Лерэ – Хирша	75
ГЛАВА IV. Пространства петель	77
1. Пространства петель	77
2. Теорема Хопфа	79
3. Простота H -пространств	82
4. Расслоения пространств путей	85
5. Расслоенное пространство путей с фиксированным началом	87
6. Некоторые общие предложения о гомологиях пространств петель	89
7. Приложения к вариационному исчислению (теория Морса)	91
8. Приложения к вариационному исчислению: геодезические, трансверсальные к двум подмногообразиям	94
9. Гомологии и когомологии пространства петель на сфере	96
ГЛАВА V. Гомотопические группы	99
1. Общий метод	99
2. Первые результаты	101
3. Конечность гомотопических групп нечетномерных сфер	103
4. Вспомогательные вычисления	105
5. Первая гомотопическая группа нечетномерной сферы, нетривиальная по модулю p	107
6. Многообразия Штифеля и четномерные сферы	109
ГЛАВА VI. Группы Эйленберга – Маклейна	112
1. Введение	112
2. Общие результаты	113
3. Теорема Хопфа	114
Добавление. О гомологиях некоторых накрытий	116
Литература	120

2 ◇ Ж.-П. Серр. Гомотопические группы и классы абелевых групп (Перев. Б. С. Виленской под ред. С. М. Львовского) 123

ГЛАВА I. Понятие класса	125
1. Определение классов	125
2. \mathcal{C} -понятия	126
3. Периодическое произведение	128
4. Две аксиомы для классов	129
5. Новая аксиома	131
6. Примеры классов, удовлетворяющих аксиомам (II_A) и (III) . . .	132
7. Примеры классов, удовлетворяющих аксиомам (II_B) и (III) . . .	133
ГЛАВА II. Расслоенные пространства	134
1. Относительные расслоенные пространства	134
2. Спектральная последовательность гомологий относительно- го расслоенного пространства	135
3. Спектральная последовательность когомологий	137
4. Основные теоремы	137
5. Приложения	138
6. Пространства петель и группы Эйленберга – Маклейна	140
ГЛАВА III. Теоремы Гуревича и Дж. Г. К. Уайтхеда	141
1. Теорема Гуревича	141
2. Теорема Гуревича: второе доказательство	143
3. Относительная теорема Гуревича	145
4. Теорема Дж. Г. К. Уайтхеда	147
5. Критерии применимости теоремы Дж. Г. К. Уайтхеда	148
ГЛАВА IV. Гомотопические группы сфер	150
1. Некоторые эндоморфизмы	150
2. Многообразие векторов, касающихся четномерной сферы	151
3. Итерированная надстройка	152
4. Гомотопические группы четномерных сфер	153
5. Трехмерная сфера	156
6. Гомотопические группы сфер	159
7. Доказательство леммы 2	161

ГЛАВА V. Дополнения	162
1. Предварительные результаты	162
2. Отображения полиэдра в нечетномерную сферу	164
3. Группы Ли и произведения сфер	165
4. Простые числа, регулярные для данной группы Ли	166
5. Классические группы	170
Литература	171

3 ♦ Ж.-П. Серр. Когомологии modulo 2 комплексов Эйленберга–Маклейна (Перевод М. Э. Казаряна) 175

Введение	175
§1. Предварительные результаты	176
§2. Вычисление алгебры $H^*(\Pi; q, \mathbb{Z}_2)$	180
§3. Ряды Пуанкаре алгебр $H^*(\Pi; q, \mathbb{Z}_2)$	190
§4. Когомологические операции	201
§5. Приложения к гомотопическим группам сфер	207
Замечание	213
Литература	214

4 ♦ А. Борель. О когомологиях главных расслоен- ных пространств и однородных пространств компакт- ных групп Ли (Перевод А. Л. Онищика под редакцией Е. Б. Дынкина) 217

Введение	217
--------------------	-----

ГЛАВА I. Предварительные сведения 221

1. Алгебраические понятия	222
2. Расслоенные пространства	227
3. Теория Лере. Когомологии компактных пространств	230
4. Теория Лере. Расслоенные пространства	233
5. Трансгрессия	240

ГЛАВА II. Теорема Хопфа 246

6. Алгебраическая теорема Хопфа	246
7. Топологические следствия	253

ГЛАВА III. Когомологии многообразий штифеля (элементарная теория)	255
8. Замечания о спектральных последовательностях расслоенных пространств	255
9. Комплексные и кватернионные многообразия Штифеля	258
10. Вещественные многообразия Штифеля	260
ГЛАВА IV. Основная теорема	263
11. Понятие соотношения	264
12. Вспомогательные предложения	268
13. Основная теорема	273
14. Первая часть доказательства	274
15. Вторая часть доказательства	276
16. Дополнение для характеристики 2	278
17. Дополнение для характеристик, отличных от 2	279
ГЛАВА V. Трансгрессия в главных расслоенных пространствах	284
18. Универсальные и классифицирующие пространства	284
19. Когомологии классифицирующих пространств и трансгрессия	291
20. Универсально трансгрессивные и примитивные элементы	295
21. Три гомоморфизма, связанные с некоторой подгруппой	299
22. Две спектральные последовательности	302
23. Когомологии классифицирующих пространств для ортогональных унимодулярных групп	306
ГЛАВА VI. Когомологии главных расслоенных пространств и однородных пространств с вещественными коэффициентами	308
24. Когомологии компактных главных расслоенных пространств	308
25. Когомологии однородных пространств	312
26. Факторпространство компактной группы по подгруппе максимального ранга	315
27. Инварианты группы Г. Вейля	320
28. Интерпретация гомоморфизма ϱ^*	324
ГЛАВА VII. Целочисленные когомологии и когомологии по модулю p некоторых однородных пространств	326
29. Факторпространство компактной группы по максимальному тору	327
30. Факторпространство группы по подгруппе максимального ранга	333

31. Изучение некоторых частных случаев	334
Примечания редактора.....	339
Литература	343
 5 \diamond А. Борель. Когомологии по модулю 2 некоторых однородных пространств (Перев. Б. С. Виленской и В. В. Шуликовской под ред. М. М. Постникова и И. А. Тайманова.)	347
Введение	347
1. Универсальные пространства, классифицирующие пространства	350
2. Спектральная последовательность расслоенного пространства	351
3. Вспомогательные замечания	353
 РАЗДЕЛ I. Классифицирующие пространства ортогональных групп.	
Многообразия Штифеля	355
4. Когомологии пространства F_n	355
5. Когомологии пространства $BO(n)$; приведенные характеристические классы	358
6. Формулы двойственности по модулю 2	363
7. Квадраты Стиррода приведенных характеристических классов	366
8. Когомологии пространства $BSO(n)$	368
9. Квадраты Стиррода в многообразиях Штифеля	371
 РАЗДЕЛ II. Некоторые однородные пространства	373
10. Общие замечания	373
11. Однородные пространства $O(n)/O(n_1) \times \dots \times O(n_k), (n_1 + \dots + n_k = n)$	376
12. Однородные пространства $U(n)/Q(n)$ и $U(n)/O(n)$	379
13. Однородные пространства $G_2/Q(3)$ и $G_2/SO(4)$	383
Литература	386
 6 \diamond Д. Милнор. Алгебра Стиррода и двойственная ей алгебра (Перевод Е. С. Ошевской под редакцией И. А. Тайманова)	389
§ 1. Сводка результатов	389
§ 2. Предварительные сведения: правила знаков, алгебры Хопфа, алгебра Стиррода	391
§ 3. Гомоморфизм ψ^*	394
§ 4. Гомоморфизм λ^*	396

§ 5. Структура двойственной алгебры \mathcal{S}^*	399
§ 6. Базис для \mathcal{S}^*	404
§ 7. Канонический антиавтоморфизм	409
§ 8. Общие замечания	412
Литература	416

7 ◇ Дж. Ф. Адамс. О структуре алгебры Стиррода и ее приложениях (Перевод Е. С. Ошевской под редакцией И. А. Тайманова) 417

1. Введение	417
2. Краткий обзор результатов и методов	418
3. Спектральная последовательность	423
4. Мультипликативные свойства спектральной последовательности	433
5. Структура алгебры Стиррода	437
6. Когомологии алгебры Стиррода	452
Литература	458

8 ◇ М. Ф. Атия и Ф. Хирцебрух. Векторные расслоения и однородные пространства (Перевод Ю. И. Манина) 459

Введение	459
1. Теория когомологий, построенная с помощью унитарных групп	461
2. Спектральная последовательность	474
3. Теорема Римана – Роха для дифференцируемых многообразий и некоторые ее приложения	479
4. Классифицирующие пространства компактных связных групп Ли	485
5. Кольцо $K^*(G/U)$	497
Литература	506

9 ◇ С. П. Новиков. Методы алгебраической топологии с точки зрения теории кобордизмов 509

Введение	509
1. Существование спектральной последовательности Адамса в категориях	514
2. \mathcal{S} -категория конечных комплексов с отмеченной точкой. Простейшие операции в этой категории	522

3.	Важнейшие примеры теорий гомологии и когомологий. Сходимость и некоторые свойства спектральной последовательности Адамса в теории кобордизмов.....	526
4.	O -кобордизмы и обычная алгебра Стиррода по модулю 2	533
5.	Когомологические операции в теории U -кобордизмов	538
6.	A^U -модули когомологий важнейших пространств	553
7.	Вычисление спектральной последовательности Адамса для $U^*(MSU)$	555
8.	k -теория в категории комплексов без кручения	560
9.	Связи между различными теориями когомологий. Общий инвариант Хопфа. U -кобордизмы, k -теории, Z_p -когомологии	570
10.	Вычисление $\text{Ext}_{AU}^1(U^*(P), U^*(P))$. Вычисление инвариантов Хопфа некоторых теорий	578
11.	Теория кобордизмов в категории $S \otimes_{ZQ_p}$	585
12.	Спектральная последовательность Адамса и двойные комплексы. Сопоставление разных теорий когомологий.....	596
Приложение 1. О формальной группе «геометрических» кобордизмов (теорема А. С. Мищенко)		610
Приложение 2. Об аналогах операций Адамса в U^* -теории		613
Приложение 3. Клеточные комплексы экстраординарных теорий гомологии. U -кобордизмы и k -теория		617
Приложение 4. U_* - и k_* -теории для BG , где $G = Z_m$. Неподвижные точки преобразований		619
Приложение 5. Гипотеза биградуированности алгебраических функторов в S -топологии для всех простых $p > 2$		626
Литература		629