

ВМК МГУ – ШКОЛЕ



Н. Д. Золотарёва, Н. Л. Семендяева,  
М. В. Федотов

# МАТЕМАТИКА

## ПОЛНЫЙ КУРС для девятиклассников с решениями и указаниями

Учебно-методическое пособие

Под редакцией  
М. В. Федотова

*3-е издание, электронное*



Москва  
Лаборатория знаний  
2021

УДК 373.3:51  
ББК 22.1я729  
3-80

# **Золотарёва Н. Д.**

3-80 Математика. Полный курс для девятиклассников с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — 3-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2021. — 709 с. — (ВМК МГУ — школе). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-540-0

Настоящее пособие содержит теоретический материал, подборку задач, а также идеи, указания (подсказки) и решения задач. Пособие составлено преподавателями факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова.

Рекомендуется школьникам при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ (базовый уровень и первая часть профильного уровня), учителям математики, репетиторам, руководителям кружков и факультативов, преподавателям подготовительных курсов.

**УДК 373.3:51**  
**ББК 22.1я729**

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Математика. Полный курс для девятиклассников с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — 2-е изд., испр. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 704 с. : ил. — (ВМК МГУ — школе). — ISBN 978-5-00101-274-0.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

**ISBN 978-5-93208-540-0**

© Золотарёва Н. Д.,  
Семендяева Н. Л.,  
Федотов М. В., 2017  
© Лаборатория знаний, 2017

# Оглавление

От редактора . . . . .	5
Предисловие . . . . .	6

## Часть I. Теория и задачи 7

1. Алгебра . . . . .	7
1.1. Целые числа, делимость . . . . .	8
1.2. Дроби . . . . .	16
1.3. Иррациональные числа . . . . .	28
1.4. Буквенные выражения . . . . .	36
1.5. Текстовые задачи на движение и работу . . . . .	52
1.6. Текстовые задачи на доли и проценты . . . . .	67
1.7. Числовые последовательности и прогрессии . . . . .	79
1.8. Понятие функции. Линейная функция, линейные уравнения, неравенства, системы . . . . .	90
1.9. Квадратичная функция. Квадратные уравнения и неравенства	105
1.10. Модуль числа и алгебраического выражения . . . . .	121
1.11. Простейшие степенные функции с рациональным показателем	135
1.12. Преобразование рациональных выражений, рациональные уравнения . . . . .	149
1.13. Рациональные неравенства . . . . .	162
1.14. Графики функций, графическое решение уравнений . . . . .	171
1.15. Задачи с параметрами . . . . .	184
2. Элементы комбинаторики и теории вероятностей . . . . .	201
2.1. Определение вероятности . . . . .	201
2.2. Вероятность объединения событий, вероятность пересечения событий . . . . .	204
2.3. Элементы комбинаторики . . . . .	207
2.4. Смешанные задачи . . . . .	211
3. Планиметрия . . . . .	213
3.1. Точка, прямая, треугольник . . . . .	213
3.2. Четырёхугольники . . . . .	218
3.3. Геометрическое место точек, простейшие геометрические построения . . . . .	224
3.4. Прямоугольный треугольник и прямоугольная система координат . . . . .	228
3.5. Преобразование подобия . . . . .	237
3.6. Углы в окружностях, касание окружности и прямой . . . . .	242
3.7. Свойства хорд и секущих, смешанные задачи . . . . .	247
3.8. Произвольные треугольники, правильные многоугольники . .	250
3.9. Площади фигур . . . . .	255

## Часть II. Указания и решения 261

1. Алгебра . . . . .	261
1.1. Целые числа, делимость . . . . .	261
1.2. Дроби . . . . .	273

1.3.	Иррациональные числа . . . . .	284
1.4.	Буквенные выражения . . . . .	299
1.5.	Текстовые задачи на движение и работу . . . . .	316
1.6.	Текстовые задачи на доли и проценты . . . . .	337
1.7.	Числовые последовательности и прогрессии . . . . .	360
1.8.	Понятие функции. Линейная функция, линейные уравнения, неравенства, системы . . . . .	374
1.9.	Квадратичная функция. Квадратные уравнения и неравенства	389
1.10.	Модуль числа и алгебраического выражения . . . . .	405
1.11.	Простейшие степенные функции с рациональным показателем	421
1.12.	Преобразование рациональных выражений, рациональные уравнения . . . . .	433
1.13.	Рациональные неравенства . . . . .	453
1.14.	Графики функций, графическое решение уравнений . . . . .	473
1.15.	Задачи с параметрами . . . . .	486
2.	Элементы комбинаторики и теории вероятностей . . . . .	517
2.1.	Определение вероятности . . . . .	517
2.2.	Вероятность объединения событий, вероятность пересечения событий . . . . .	526
2.3.	Элементы комбинаторики . . . . .	535
2.4.	Смешанные задачи . . . . .	545
3.	Планиметрия . . . . .	554
3.1.	Точка, прямая, треугольник . . . . .	554
3.2.	Четырёхугольники . . . . .	566
3.3.	Геометрическое место точек, простейшие геометрические построения . . . . .	579
3.4.	Прямоугольный треугольник и прямоугольная система координат . . . . .	590
3.5.	Преобразование подобия . . . . .	602
3.6.	Углы в окружностях, касание окружности и прямой . . . . .	616
3.7.	Свойства хорд и секущих, смешанные задачи . . . . .	629
3.8.	Произвольные треугольники, правильные многоугольники . . . . .	643
3.9.	Площади фигур . . . . .	658
<b>Ответы</b>	. . . . .	677