

П.А. Крылов
А.А. Туганбаев
А.Р. Чехлов

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ПО ОСНОВАМ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

Учебное пособие

*Рекомендовано НМС по математике и механике УМО по
классическому университетскому образованию РФ
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по группе математических и механических специальностей*

2-е издание, стереотипное

Москва
Издательство «ФЛИНТА»
2017

УДК 512.5
ББК 22.144
К85

Крылов П.А.

К85 Задачи и упражнения по основам общей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / П.А. Крылов, А.А. Туганбаев, А.Р. Чехлов. — 2-е изд., стер. — М. : Флинта, 2017. — 208 с.

ISBN 978-5-9765-1507-9

В форме задач книга содержит основы таких важнейших разделов современной алгебры как группы, кольца и модули, решетки, полугруппы, поля.

Книга будет полезна на занятиях со студентами физико-математических факультетов университетов, в том числе при чтении спецкурсов, и в процессе руководства магистрантами и аспирантами. Ее можно также использовать в качестве справочника.

Для студентов, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников, интересующихся алгеброй.

УДК 512.5
ББК 22.144

ISBN978-5-9765-1507-9

© Издательство "ФЛИНТА", 2017

Оглавление

Предисловие.....	6
Введение.	6
Предварительные сведения.....	9
Список обозначений и терминов.....	10
Глава I. Решетки и полугруппы.	13
1. Решетки.....	13
2. Полугруппы.	20
Глава II. Группы.....	27
3. Группы. Порождающие множества групп.	27
4. Изоморфизмы групп. Смежные классы.....	32
5. Гомоморфизмы. Факторгруппы.	35
6. Центр и коммутант. Прямые произведения. Силовские подгруппы.	38
7. Ряды подгрупп. Разрешимые и нильпотентные группы.	45
8. Автоморфизмы и эндоморфизмы.	49
9. Упорядоченные группы.....	53
10. Действия групп на множествах. Представления групп.	57
Глава III. Кольца.....	64
11. Общие свойства колец.....	64
12. Факторкольца и гомоморфизмы.	70
13. Специальные идеалы.....	77
14. Разложение на простые множители.	83
Глава IV. Модули.....	87
15. Основные понятия теории модулей.....	87
16. Локальные, нетеровы и артиновы модули.	96
17. Проективные и инъективные модули.....	100
18. Тензорное произведение, плоские и регулярные модули.	106

Глава V. Абелевы группы.....	112
19. Основные понятия теории абелевых групп.....	112
20. Чистота и чистая инъективность.....	119
21. Группы гомоморфизмов.	123
22. Группы расширений. Тензорные и периодические произведения.....	127
23. p -группы.	133
24. Группы без кручения.	136
25. Смешанные группы.....	140
26. Кольца эндоморфизмов.....	143
27. Аддитивные группы колец.....	147
Глава VI. Поля.	150
28. Простейшие свойства полей.	150
29. Поля разложения.....	154
30. Конечные поля.....	158
31. Начала теории Галуа.	161
Глава VII. Ответы и указания.....	165
1. Решетки.....	165
2. Полугруппы.....	165
3. Группы. Порождающие множества групп.....	166
4. Изоморфизмы групп. Смежные классы.....	167
5. Гомоморфизмы. Факторгруппы.....	167
6. Центр и коммутант. Прямые произведения. Силовские подгруппы.	168
7. Ряды подгрупп. Разрешимые и нильпотентные группы.....	169
8. Автоморфизмы и эндоморфизмы.	170
9. Упорядоченные группы.....	171
10. Действия групп на множествах. Представления групп.	172
11. Общие свойства колец.....	175
12. Факторгруппы и гомоморфизмы.	176
13. Специальные идеалы.....	176

14. Разложение на простые множества.....	178
15. Основные понятия теории модулей.	179
16. Локальные, нетеровы и артиновы модули.....	183
17. Проективные и инъективные модули.	184
18. Тензорное произведение, плоские и регулярные модули.	187
19. Основные понятия теории абелевых групп.	189
20. Чистота и чистая инъективность.....	191
21. Группы гомоморфизмов.....	192
22. Группы расширений. Тензорные и периодические произведения.	193
23. p -группы.....	195
24. Группы без кручения.....	195
25. Смешанные группы.	196
26. Кольца эндоморфизмов.	196
27. Аддитивные группы колец.	197
28. Простейшие свойства полей.	198
29. Поля разложения.	199
30. Конечные поля.....	200
31. Начала теории Галуа.	201
Литература.....	203
Предметный указатель.....	205