

УДК 519.22
ББК 22.17
Л14

Р е ц е н з е н т ы:

кандидат физ.-мат. наук Э. М. Кудлаев,
зав. каф. матем. статистики ф-та ВМК МГУ
академик РАН Ю. В. Прохоров,
доктор физ.-мат. наук, проф. Ю. Н. Тюрин

Лагутин М. Б.

Л14 Наглядная математическая статистика : учебное пособие /
М. Б. Лагутин. — 9-е изд., электрон. — М. : Лаборатория зна-
ний, 2023. — 475 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ;
экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-651-3

Основы теории вероятностей и математической статистики из-
лагаются в форме примеров и задач с решениями. Книга также
знакомит читателя с прикладными статистическими методами. Для
понимания материала достаточно знания начал математического
анализа. Включено большое количество рисунков, контрольных во-
просов и числовых примеров.

Для студентов, изучающих математическую статистику, иссле-
дователей и практиков (экономистов, социологов, биологов), приме-
няющих статистические методы.

**УДК 519.22
ББК 22.17**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Нагляд-
ная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. —
9-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 472 с. : ил.

ISBN 978-5-93208-339-0

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений,
установленных техническими средствами защиты авторских прав, право-
обладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты
компенсации**

ISBN 978-5-93208-651-3

© Лаборатория знаний, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
К читателю	5
Часть I. Вероятность и статистическое моделирование	7
Глава 1. Характеристики случайных величин	7
1. Функции распределения и плотности	7
2. Математическое ожидание и дисперсия	10
3. Независимость случайных величин	12
4. Поиск больных	13
Задачи	14
Решения задач	15
Ответы на вопросы	17
Глава 2. Датчики случайных чисел	19
1. Физические датчики	19
2. Таблицы случайных чисел	20
3. Математические датчики	21
4. Случайность и сложность	22
5. Эксперимент «Неудачи»	24
6. Теоремы существования и компьютер	26
Задачи	26
Решения задач	27
Ответы на вопросы	29
Глава 3. Метод Монте-Карло	30
1. Вычисление интегралов	30
2. «Правило трех сигм»	31
3. Кратные интегралы	32
4. Шар, вписанный в k -мерный куб	35
5. Равномерность по Вейлю	36
6. Парадокс первой цифры	37
Задачи	38
Решения задач	39
Ответы на вопросы	41

Глава 4.	Показательные и нормальные датчики	42
1.	Метод обратной функции	42
2.	Распределения экстремальных значений	43
3.	Показательный датчик без логарифмов	45
4.	Быстрый показательный датчик	46
5.	Нормальные случайные числа	50
6.	Наилучший выбор	52
	Задачи	54
	Решения задач	54
	Ответы на вопросы	57
Глава 5.	Дискретные и непрерывные датчики	58
1.	Моделирование дискретных величин	58
2.	Порядковые статистики и смеси	60
3.	Метод Неймана (метод исключения)	64
4.	Пример из теории игр	66
	Задачи	67
	Решения задач	68
	Ответы на вопросы	69
	Часть II. Оценивание параметров	71
Глава 6.	Сравнение оценок	72
1.	Статистическая модель	72
2.	Несмещенность и состоятельность	73
3.	Функции риска	76
4.	Минимаксная оценка в схеме Бернулли	78
	Задачи	79
	Решения задач	80
	Ответы на вопросы	83
Глава 7.	Асимптотическая нормальность	84
1.	Распределение Коши	84
2.	Выборочная медиана	86
3.	Выборочные квантили	87
4.	Относительная эффективность	89
5.	Устойчивые законы	91
	Задачи	93
	Решения задач	94
	Ответы на вопросы	98
Глава 8.	Симметричные распределения	99
1.	Классификация методов статистики	99
2.	Усеченное среднее	100
3.	Медиана средних Уолша	102
4.	Робастность	103
	Задачи	106
	Решения задач	106
	Ответы на вопросы	109
Глава 9.	Методы получения оценок	110
1.	Вероятностная бумага	110

2. Метод моментов	112
3. Информационное неравенство	114
4. Метод максимального правдоподобия	116
5. Метод Ньютона и одношаговые оценки	119
6. Метод спейсингов	122
Задачи	123
Решения задач	124
Ответы на вопросы	127
Глава 10. Достаточность	129
1. Достаточные статистики	129
2. Критерий факторизации	130
3. Экспоненциальное семейство	132
4. Улучшение несмещенных оценок	133
5. Шарики в ящиках	134
Задачи	140
Решения задач	141
Ответы на вопросы	144
Глава 11. Доверительные интервалы	145
1. Коэффициент доверия	145
2. Интервалы в нормальной модели	146
3. Методы построения интервалов	151
Задачи	155
Решения задач	156
Ответы на вопросы	158
Часть III. Проверка гипотез	159
Глава 12. Критерии согласия	160
1. Статистический критерий	160
2. Проверка равномерности	161
3. Проверка показательности	164
4. Проверка нормальности	167
5. Энтропия	170
Задачи	175
Решения задач	175
Ответы на вопросы	178
Глава 13. Альтернативы	180
1. Ошибки I и II рода	180
2. Оптимальный критерий Неймана—Пирсона	183
3. Последовательный анализ	187
4. Разорение игрока	190
5. Оптимальная остановка блуждания	193
Задачи	195
Решения задач	195
Ответы на вопросы	197

Часть IV. Однородность выборок	199
Глава 14. Две независимые выборки	200
1. Альтернативы однородности	200
2. Правильный выбор модели	201
3. Критерий Смирнова	202
4. Критерий Розенблатта	203
5. Критерий ранговых сумм Уилкоксона	204
6. Принцип отражения	209
Задачи	214
Решения задач	215
Ответы на вопросы	217
Глава 15. Парные повторные наблюдения	219
1. Уточнение модели	219
2. Критерий знаков	220
3. Критерий знаковых рангов Уилкоксона	222
4. Зависимые наблюдения	227
5. Критерий серий	229
Задачи	231
Решения задач	232
Ответы на вопросы	236
Глава 16. Несколько независимых выборок	237
1. Однофакторная модель	237
2. Критерий Краскела—Уоллиса	237
3. Критерий Джонкхиера	245
4. Блуждание на плоскости и в пространстве	248
Задачи	253
Решения задач	254
Ответы на вопросы	257
Глава 17. Многократные наблюдения	259
1. Двухфакторная модель	259
2. Критерий Фридмана	260
3. Критерий Пейджа	263
4. Счастливый билетик и возвращение блуждания	265
Задачи	269
Решения задач	270
Ответы на вопросы	271
Глава 18. Сгруппированные данные	273
1. Простая гипотеза	273
2. Сложная гипотеза	276
3. Проверка однородности	280
Задачи	282
Решения задач	282
Ответы на вопросы	286
Часть V. Анализ многомерных данных	287
Глава 19. Классификация	288
1. Нормировка, расстояния и классы	289

2. Эвристические методы	291
3. Иерархические процедуры	294
4. Быстрые алгоритмы	297
5. Функционалы качества разбиения	299
6. Неизвестное число классов	307
7. Сравнение методов	309
8. Представление результатов	311
9. Поиск в глубину	311
Задачи	313
Решения задач	313
Ответы на вопросы	315

Глава 20. Корреляция	317
1. Геометрия главных компонент	317
2. Эллипсоид рассеяния	322
3. Вычисление главных компонент	324
4. Линейное шкалирование	326
5. Шкалирование индивидуальных различий	332
6. Нелинейные методы понижения размерности	337
7. Ранговая корреляция	343
8. Множественная и частная корреляции	347
9. Таблицы сопряженности	350
Задачи	352
Решения задач	353
Ответы на вопросы	356

Глава 21. Регрессия	357
1. Подгонка прямой	357
2. Линейная регрессионная модель	360
3. Статистические свойства МНК-оценок	363
4. Общая линейная гипотеза	368
5. Взвешенный МНК	372
6. Парадоксы регрессии	376
Задачи	382
Решения задач	383
Ответы на вопросы	386

Часть VI. Обобщения и дополнения 387

Глава 22. Ядерное сглаживание	388
1. Оценивание плотности	388
2. Непараметрическая регрессия	392

Глава 23. Многомерные модели сдвига	399
1. Стратегия построения критериев	399
2. Одновыборочная модель	399
3. Двухвыборочная модель	406

Глава 24. Двухвыборочная задача о масштабе	411
1. Медианы известны или равны	411
2. Медианы неизвестны и неравны	414

Глава 25. Классы оценок	417
1. L -оценки	417
2. M -оценки	419
3. R -оценки	423
4. Функция влияния	426
Глава 26. Броуновский мост	428
1. Броуновское движение	428
2. Эмпирический процесс	429
3. Дифференцируемые функционалы	430
Приложение. Некоторые сведения из теории вероятностей и линейной алгебры	435
Раздел 1. Аксиоматика теории вероятностей	435
Раздел 2. Математическое ожидание и дисперсия	435
Раздел 3. Формула свертки	437
Раздел 4. Вероятностные неравенства	437
Раздел 5. Сходимость случайных величин и векторов ...	438
Раздел 6. Предельные теоремы	439
Раздел 7. Условное математическое ожидание	440
Раздел 8. Преобразование плотности случайного вектора	441
Раздел 9. Характеристические функции и многомерное нормальное распределение	442
Раздел 10. Элементы матричного исчисления	444
Таблицы	449
Литература	456
Обозначения и сокращения	460
Предметный указатель	462