

УДК 531

Интернет-магазин  
**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника

### **Эккарт К.**

Гидродинамика океана и атмосферы. — Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004, 328 стр.

Оригинальная монография К. Эккарта, известного специалиста по акустике и гидродинамике, представляет собой систематическое введение в механику расслоенных сред, движущихся в поле силы тяжести и в поле силы Кориолиса. В монографии подробно исследованы различные волновые процессы — звуковые волны в неоднородной сплошной среде, внутренние гравитационные волны и поверхностные волны (волны Ламба). Эти быстрые волновые процессы являются «фоном», на котором протекают медленные вихревые динамические процессы, которые в атмосфере ответственны за погоду.

Многие частные задачи динамики атмосферы и моря, которым посвящено огромное количество отдельных статей, книга К. Эккарта охватывает с единой точки зрения, что позволило автору выявить гидродинамическую сущность этих задач.

Книга рассчитана на специалистов по атмосферной и морской акустике, научных работников в области динамической метеорологии и океанологии, и будет полезной гидродинамикам, интересующимся спецификой проблем механики атмосферы и океана.

Репринтное издание (оригинальное издание: Москва: Из-во иностранной литературы, 1963 г.).

**ISBN 5-93972-321-7**

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004

<http://rcd.ru>

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода . . . . .	13
Предисловие . . . . .	15
Глава I. Основные уравнения . . . . .	17
§ 1. Введение . . . . .	17
§ 2. Термодинамика . . . . .	18
§ 3. Термодинамические функции идеального газа . . . . .	20
§ 4. Термодинамические коэффициенты для воды . . . . .	21
§ 5. Гидродинамика . . . . .	24
Потенциал силы тяжести 24. Вращение . . . . .	25
Силы 25. Приток тепла 25. Адвекция 25. Исключение энтропии 26. Сохранение энергии . . . . .	26
Литература . . . . .	27
Глава II. Уравнения возмущений . . . . .	28
§ 6. Введение . . . . .	28
§ 7. Решение нулевого порядка . . . . .	29
Баротропные состояния 29. Градиенты . . . . .	30
§ 8. Состояния нулевого порядка идеального газа . . . . .	31
Изотермическая атмосфера 31. Изэнтропическая (адиабатическая) атмосфера 32. Атмосфера с постоянным градиентом температуры 32. Общий случай . . . . .	33
§ 9. Уравнения первого порядка . . . . .	34
Интерпретация 35. Вертикальное смещение . . . . .	36
§ 10. Аддитивные баротропные члены . . . . .	36
§ 11. Граничные условия . . . . .	38
Литература . . . . .	39
Глава III. Установившиеся движения . . . . .	40
§ 12. Введение . . . . .	40
Среднее давление 40. Зональная составляющая 42. Незональная составляющая 43. Океаны 45. Атмосфера и океаны как тепловая машина 45. Уравнения . . . . .	47

§ 13. Свободное установившееся движение без вращения	48
Плоские поверхности уровня 48. Сферические поверхности уровня . . . . .	50
§ 14. Нестационарность во втором приближении . . . . .	50
Вековое уравнение . . . . .	50
Вековые уравнения 51. Связь с теоремой о вихре 53. Первый интеграл векового уравнения 53. Связь с теоремой Бернулли . . . . .	54
§ 15. Свободное установившееся движение с вращением	54
Уравнение геострофичности 54. Соотношение между плотностью и давлением 55. Планетарный вихрь 55. Плоские поверхности уровня 56. Сферические поверхности уровня . . . . .	57
§ 16. Чистая конвекция без вращения . . . . .	58
Вертикальная скорость 59. Граничные условия 61. Следствия сохранения вещества 62. Явное решение уравнений 64. Плоские поверхности уровня 64. Сферические поверхности уровня . . . . .	64
§ 17. Чистая конвекция с вращением . . . . .	65
Термобарическое движение 65. Давление и плотность 66. Плоские поверхности уровня 67. Сферические поверхности уровня . . . . .	67
§ 18. Гипотеза зонального нагрева Гадлея . . . . .	68
Отсутствие вращения 68. Нестационарность вихрей Гадлея . . . . .	70
§ 19. Анализ постоянного поля давления на Земле . . . . .	71
Зональная составляющая давления 71. Незональная составляющая давления 72. Влияние подстилающей поверхности . . . . .	74
Литература . . . . .	75
<b>Глава IV. Уравнения поля . . . . .</b>	<b>76</b>
§ 20. Введение . . . . .	76
§ 21. Внешняя энергия и термобарическая энергия . . . . .	77
§ 22. Параметры поля . . . . .	79
Случай океана 80. Изотермическая атмосфера 80. Атмосфера с постоянным градиентом температуры . . . . .	80
§ 23. Уравнения поля . . . . .	81

§ 24. Смысл коэффициентов $N$ и $\Gamma$ . . . . .	82
§ 25. Частные формулы для коэффициентов . . . . .	86
Идеальный газ 86. Пресная вода 86. Морская вода . . . . .	87
Литература . . . . .	88
<b>Глава V. Атмосфера Земли, океаны и озера . . . . .</b>	<b>89</b>
§ 26. Введение . . . . .	89
§ 27. Стратификация океанов . . . . .	90
Крупномасштабные средние 90. Мелкомасштабные средние . . . . .	93
§ 28. Стратификация пресных озер . . . . .	94
§ 29. Стратификация земной атмосферы . . . . .	97
§ 30. Планетарное вращение и циклогенез . . . . .	100
Ранние идеи 101. Наблюдения Редфилда и Рида; циклоны 101. Теория Трэси 102. Теория Ганна 102. Циклоны и антициклоны; завихренность 103. Теоремы о вихре Гельмгольца и Бьеркнеса 104.	
§ 31. Циклогенез первого порядка . . . . .	105
Отсутствие вращения 105. Вращение 105. Вращение со сферическими поверхностями уровня 107.	
Резюме . . . . .	108
Литература . . . . .	109
<b>Глава VI. Общие теоремы относительно уравнений поля 110</b>	<b>110</b>
§ 32. Введение . . . . .	110
§ 33. Собственные решения типа собственных колебаний 111	111
§ 34. Теорема разложения . . . . .	113
Теорема разложения (для конечного объема) 114.	
Теорема разложения (для бесконечного объема) . .	115
<b>Глава VII. Постановка основных математических задач . 117</b>	<b>117</b>
§ 35. Введение . . . . .	117
§ 36. Случай отсутствия вращения . . . . .	119
Плоские поверхности уровня 119. Остаточные уравнения 119. Разделение переменных. Двумерное волновое уравнение 120. Сферические поверхности уровня 121. Остаточные уравнения 121. Разделение переменных. Волновое уравнение для сферической поверхности . . . . .	122

§ 37. Вращение при плоских поверхностях уровня . . .	122
Традиционные приближения 123. Разделение переменных. Двумерное волновое уравнение 125. Вычисления без дополнительных упрощений 126. Разделение переменных . . . . .	127
§ 38. Вращение при сферических поверхностях уровня	127
Традиционные приближения 128. Разделение переменных. Приливное уравнение Лапласа 129. Отказ от традиционных приближений . . . . .	129
§ 39. <i>Комплексные векторы и годограф</i> . . . . .	129
Отсутствие вращения 130. Вращение (традиционное приближение) 130. Вращение (без приближения) .	131
Литература . . . . .	131

#### Глава VIII. Изотермическая атмосфера. Плоские поверхности уровня при отсутствии вращения . . .

§ 40. Введение . . . . .	132
§ 41. Волны Ламба . . . . .	133
§ 42. Другие собственные решения. Простые волны . . .	135
§ 43. Поверхность распространения. Фазовая скорость	137
§ 44. Лучи и групповая скорость . . . . .	139
§ 45. Импеданс давление — энтропия . . . . .	143
§ 46. Поток и распределение энергии в простых волнах	144
§ 47. Собственные решения . . . . .	146
Фазовая диаграмма 146. Годограф . . . . .	147
§ 48. Гравитационные волны и флуктуационный ветер	149
Литература . . . . .	150

#### Глава IX. Изотермическая атмосфера. Плоские поверхности уровня с вращением . . . . .

§ 49. Вертикальная ось вращения . . . . .	151
§ 50. Волны Ламба . . . . .	152
§ 51. Простые волны и собственные решения . . . . .	154
§ 52. Докритическая устойчивость . . . . .	159
§ 53. Наклонная ось вращения . . . . .	160
Волны Ламба 161. Законы отражения 163. Выводы . . . . .	164

<b>Глава X. Океаны с постоянными коэффициентами . . . .</b>	<b>166</b>
§ 54. Введение . . . . .	163
§ 55. Теория однородного сжимаемого океана . . . . .	169
§ 56. Теория расслоенного, но несжимаемого океана . . . . .	174
§ 57. Общий случай . . . . .	177
§ 58. Простая аппроксимация внутренних гравитационных типов . . . . .	180
§ 59. Типы колебаний в прямоугольном резервуаре . . . . .	182
§ 60. Другие боковые границы . . . . .	184
Литература . . . . .	185
 <b>Глава XI. Общая теория лучей . . . . .</b>	 <b>186</b>
§ 61. Введение . . . . .	186
§ 62. Уравнение Гамильтона — Якоби . . . . .	187
§ 63. Плоские поверхности уровня. Вертикальная ось . . . . .	189
Общие и полные решения 190. Функция Гамильтона — Якоби . . . . .	190
§ 64. Лучи и групповая скорость . . . . .	191
Вывод формулы для лучей 191. Групповая скорость 192. Интерпретация лучевой точки 193. Явное уравнение для лучей 194. Общие свойства лучей 194. Предельные формы лучей . . . . .	194
§ 65. Сферические поверхности уровня при отсутствии вращения . . . . .	195
Полное решение 196. Лучи 198. Лучи представляют собой плоские кривые 198. Высота лучей . . . . .	199
§ 66. Сферические поверхности уровня при наличии вращения. Традиционное приближение . . . . .	200
Следы лучей 201. Замечание относительно аппроксимации 203. Период следов лучей 203. Высота лучей . . . . .	204
Литература . . . . .	205
 <b>Глава XII. Слой скачка . . . . .</b>	 <b>207</b>
§ 67. Постановка задачи . . . . .	207
§ 68. Предварительное изучение лучей . . . . .	208
§ 69. Звуковые волны области II . . . . .	211
§ 70. Гравитационные волны области III . . . . .	213
§ 71. Волны областей IV и V . . . . .	215

§ 72. Остаточные уравнения . . . . .	216
Изменения в случае, когда слой скачка прости-	
рается от поверхности до дна . . . . .	223
§ 73. Аналитическое решение остаточных уравнений . .	225
§ 74. Дальнейшее применение ВКБ-метода . . . . .	227
Акустические волновые типы в области II	227.
Внутренние гравитационные волновые типы	
области III. . . . .	228
§ 75. Двухслойная модель . . . . .	232
Литература . . . . .	233
<b>Глава XIII. Термосфера . . . . .</b>	<b>234</b>
§ 76. Введение . . . . .	234
§ 77. Случай отсутствия вращения . . . . .	236
Формальное вычисление лучей 237. Интерпретация	
результатов . . . . .	238
§ 78. Вертикальная ось вращения . . . . .	242
§ 79. Решение остаточных уравнений . . . . .	244
§ 80. ВКБ-аппроксимация . . . . .	248
Литература . . . . .	250
<b>Глава XIV. Общая теория остаточных уравнений . . .</b>	<b>251</b>
§ 81. Введение . . . . .	251
§ 82. Каноническая форма остаточных уравнений . . .	252
Канонические переменные 252. Канонические урав-	
нения 253. Постоянные коэффициенты 254. Фазо-	
вая диаграмма . . . . .	254
§ 83. Общие теоремы, относящиеся к фазовым траек-	
ториям . . . . .	255
§ 84. Теорема сравнения Штурма . . . . .	260
Формула Штурма 260. Осцилляционные тео-	
ремы 261. Зависимость от параметров . . . . .	262
§ 85. ВКБ-аппроксимация . . . . .	263
Литература . . . . .	265
<b>Глава XV. Приложения общей теории . . . . .</b>	<b>266</b>
§ 86. Термосфера . . . . .	266
§ 87. Кривые волновых типов и теорема сравнения . .	273
§ 88. Атмосфера с одним минимумом температуры . .	275
§ 89. Уравнение кривой волновых типов для океана по-	
стоянной глубины . . . . .	282

<b>Глава XVI. Волновое уравнение для сферической поверхности . . . . .</b>	<b>284</b>
§ 90. Введение . . . . .	284
§ 91. Функции Лежандра . . . . .	285
Разделение переменных 285. Уравнение Лежандра 286. Функции Лежандра 287. Выражения для скоростей 289. Естественные граничные условия 290. Фазовые диаграммы . . . . .	290
§ 92. Секториальный океан . . . . .	291
Литература . . . . .	294
<b>Глава XVII. Сферические поверхности уровня при наличии вращения . . . . .</b>	<b>295</b>
§ 93. Введение . . . . .	295
§ 94. Уравнение приливов первого порядка . . . . .	296
§ 95. Зональные колебания . . . . .	297
Случай $L = 0$ 298. Связь со сфероидальными волновыми функциями 298. Функции $S_{ml}(h\tau)$ 301. Фазовые траектории . . . . .	301
§ 96. Решения вблизи полюсов . . . . .	302
§ 97. Уравнение приливов в канонической форме . . . . .	305
Сигнатуры 305. Фазовые траектории 306. Кривые волновых типов 308. Переход к плоскости $\omega$ . . . . .	309
§ 98. Предельный случай высоких частот . . . . .	311
§ 99. Полусуточные колебания . . . . .	313
§ 100. Колебания второго рода и „длинные волны“ . . . . .	315
Собственные решения 316. Фазовые траектории 317. Положительная скорость 317. Волны Россби . . . . .	318
Литература . . . . .	319
<b>Приложение. Меркаторские координаты . . . . .</b>	<b>320</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>324</b>