

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**В. Л. Дольников**  
**О. П. Якимова**

# **Основные алгоритмы на графах**

*Текст лекций*

*Рекомендовано*

*Научно-методическим советом университета для студентов,  
обучающихся по специальности Компьютерная безопасность*

Ярославль 2011

УДК 519.254  
ББК В 174.2я73  
Д 65

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2011 года*

Рецензенты:

Р. Н. Карасев, доктор физико-математических наук;  
кафедра теории и методики преподавания информатики ЯГПУ  
им. К. Д. Ушинского

**Дольников, В. Л. Основные алгоритмы на графах :**  
Д 65 текст лекций / В. Л. Дольников, О. П. Якимова; Яросл. гос.  
ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2011. – 80 с.

ISBN 978-5-8397-0855-6

Текст лекций предназначен для студентов, обучающихся по специальности 090102.65 Компьютерная безопасность (дисциплина «Алгоритмы на графах», блок ОПД), очной формы обучения.

УДК 519.254  
ББК В 174.2я73

ISBN 978-5-8397-0855-6

© Ярославский государственный  
университет им. П. Г. Демидова,  
2011

## Введение

Теория графов – важнейший математический инструмент, широко используемый в информатике, химии, генетике, исследовании операций, лингвистике, проектировании, так как посредством графов можно описывать разнообразные реальные явления: организацию транспортных систем, сети передачи данных, человеческих взаимоотношений, структуру гена или молекулы. Возможность формального моделирования такого множества разных реальных структур позволяет программисту решать широкий круг прикладных задач.

Разработка хорошего алгоритма «с нуля» – очень трудная задача. Часто достаточно правильно построить модель задачи и применить уже известный алгоритм, решающий задачу быстро и верно.

В рамках этого пособия разбираются основные алгоритмы на графах, решающие практические задачи. Для записи алгоритма используется как естественный язык, так и язык программирования C#.

## Оглавление

Введение.....	3
1. Начальные понятия .....	4
1.1. Основные определения.....	5
1.2. Представление графа в памяти компьютера .....	9
1.3 Анализ алгоритмов.....	14
Упражнения .....	16
2. Алгоритмы обхода графа.....	17
2.1. Поиск в ширину.....	18
2.2. Применение поиска в ширину .....	20
2.3. Поиск в глубину .....	22
2.4. Применение обхода в глубину.....	25
Упражнения .....	29
3. Кратчайшие пути.....	30
3.1. Алгоритм Дейкстры .....	31
3.2. Кратчайшие пути между всеми парами вершин.....	35
Упражнения .....	40
4. Остов минимального веса .....	41
4.1. Алгоритм Краскала .....	41
4.2. Алгоритм Прима.....	46
4.3. Разновидности остовных деревьев.....	49
Упражнения .....	50

5. Циклы в графах.....	51
5.1. Эйлеров цикл.....	51
5.2. Задача китайского почтальона.....	54
5.3. Гамильтонов цикл и задача коммивояжера.....	55
5.4. Классы сложности P и NP.....	56
5.5. Решение NP-полных задач.....	59
Упражнения.....	60
6. Независимые множества и покрытия.....	60
6.1. Независимые множества.....	60
6.2. Алгоритм аппроксимации максимального независимого множества методом исключения подграфов.....	63
6.3. Вершинное покрытие.....	70
6.4. Паросочетания.....	72
Упражнения.....	75
Список литературы.....	76