

УДК 517.928
ББК 22.161.6
Л 35

*Печатается по решению редакционно-издательского
совета Южного федерального университета*

Рецензенты:

доктор технических наук, главный научный сотрудник
Южного научного центра РАН *Ильичев В. Г.*,

доктор физико-математических наук, профессор кафедры
дифференциальных и интегральных уравнений
Южного федерального университета *Карпетянц А. Н.*

Монография подготовлена и издана в рамках национального проекта «Образование» по «Программе развития федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет на 2007–2010 гг.»

Левенштам В. Б.

Л 35 Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. (Усреднение и асимптотики) / В. Б. Левенштам. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. – 368 с.

ISBN 978-5-9275-0414-5

Монография посвящена развитию теории метода усреднения Крылова–Боголюбова для дифференциальных уравнений с высокочастотными слагаемыми, среди которых имеются пропорциональные положительным степеням частоты. Интерес к уравнениям с такой спецификой обусловлен прежде всего тем, что к ним относятся математические модели ряда физических явлений, в которых исследователями обнаружены важные высокочастотные эффекты. Здесь рассматриваются системы обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных первого порядка. Решаются, в основном, следующие вопросы: для исходной задачи построение усредненной (предельной) задачи; обоснование метода усреднения (предельного перехода), включая для задач по всей оси изучение вопросов устойчивости и неустойчивости решений по Ляпунову; построение полных асимптотик решений и их обоснование.

Предназначена для студентов, аспирантов, преподавателей и научных работников, интересующихся асимптотическими методами в теории дифференциальных уравнений и их обоснованием.

ISBN 978-5-9275-0414-5

УДК 517.928
ББК 22.161.6

© Левенштам В. Б., 2008
© Южный федеральный университет, 2008
© Оформление. Макет. Издательство
Южного федерального университета, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
----------------	---

Глава I

Некоторые известные вспомогательные результаты	15
---	----

§ 1. Элементы функционального анализа	15
---	----

§ 2. Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	33
---	----

Глава II

Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши	78
--	----

§ 1. Обоснование метода усреднения для системы с быстрыми переменными	78
--	----

§ 2. Полная асимптотика решения системы с быстрыми переменными	97
---	----

§ 3. Обоснование метода усреднения для системы с быстрыми и медленными переменными	111
---	-----

§ 4. Полная асимптотика решения системы с быстрыми и медленными переменными	118
--	-----

Примечания к главе II	127
-----------------------------	-----

Глава III

Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задачи о периодических и почти

периодических решениях129

§ 1. Обоснование метода усреднения

для системы с быстрыми переменными129

§ 2. Полная асимптотика решения

системы с быстрыми переменными150

§ 3. Применение теоремы Л. В. Канторовича

для обоснования асимптотик158

§ 4. Обоснование метода усреднения для системы

с быстрыми и медленными переменными169

§ 5. Полная асимптотика решения системы

с быстрыми и медленными переменными182

Примечания к главе III191

Глава IV

Дифференциальные уравнения второго порядка 193

§ 1. Задача Коши 193

§ 2. Задача о периодических решениях 199

Примечания к главе IV 230

Глава V

Дифференциальные уравнения произвольного порядка . 231

§ 1. Задача Коши. Нелинейные уравнения 231

§ 2. Задача Коши. Линейные уравнения 249

§ 3. Задача о периодических решениях.

Главный член асимптотики 267

§ 4. Полная обоснованная асимптотика

периодического решения 281

Примечания к главе V 299

Глава VI

Некоторые условия повышения

первого перестроечного показателя Юдовича300

§ 1. Нелинейные дифференциальные

уравнения первого порядка300

§ 2. Линейные дифференциальные

уравнения первого порядка308

Примечания к главе VI327

Глава VII

Уравнения в частных производных

первого порядка328

§ 1. Вспомогательный результат	328
§ 2. Обоснование метода усреднения	335
§ 3. Полная асимптотика решения	342
Примечания к главе VII	355
Литература	357