

УДК 512.5+519.1(075.8)  
ББК 22.174  
Б43

Издание доступно в электронном виде по адресу  
<https://bmstu.press/catalog/item/6993/>

*Рецензенты:*

член-корреспондент РАН Ю.Н. Павловский,  
профессор А.К. Платонов

**Белоусов, А. И.**

Б43 Дискретная математика : учебник для вузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — 7-е изд., испр. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. — 703, [1] с. : ил. — (Математика в техническом университете ; вып. 19).

ISBN 978-5-7038-3845-7

ISBN 978-5-7038-5536-2 (вып. 19)

В девятнадцатом выпуске серии «Математика в техническом университете» изложены теория множеств и отношений, элементы современной абстрактной алгебры, теория графов, классические понятия теории булевых функций, а также основы теории формальных языков, куда включены теории конечных автоматов, регулярных языков, контекстно-свободных языков и магазинных автоматов. В анализе графов и автоматов особое внимание уделено алгебраическим методам.

Содержание учебника соответствует курсу лекций, который авторы читают в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов технических университетов. Может быть полезен преподавателям, аспирантам и инженерам.

УДК 512.5+519.1(075.8)  
ББК 22.174



*Уважаемые читатели! Пожелания, предложения, а также сообщения о замеченных опечатках и неточностях Издательство просит направлять по электронной почте:*  
[info@baumanpress.ru](mailto:info@baumanpress.ru)

ISBN 978-5-7038-5536-2 (вып. 19)  
ISBN 978-5-7038-3845-7

© Белоусов А.И., Ткачев С.Б., 2001  
© Белоусов А.И., Ткачев С.Б., 2021,  
с изменениями  
© Оформление. Издательство МГТУ  
им. Н. Э. Баумана, 2021

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	5
Основные обозначения .....	12
<b>1. Множества и отношения .....</b>	<b>23</b>
1.1. Множества .....	23
1.2. Кортж. Декартово произведение .....	36
1.3. Соответствия и бинарные отношения .....	39
1.4. Операции над соответствиями .....	49
1.5. Семейства множеств .....	58
1.6. Специальные свойства бинарных отношений .....	59
1.7. Отношения эквивалентности .....	67
1.8. Упорядоченные множества. Теорема о неподвижной точке .....	72
1.9. Мощность множества .....	85
Д1.1. Об одном парадоксе теории множеств .....	96
Д1.2. Метод характеристических функций .....	98
Вопросы и задачи .....	101
<b>2. Алгебры: группы и кольца .....</b>	<b>107</b>
2.1. Операции. Понятие алгебраической структуры .....	107
2.2. Группоиды, полугруппы, группы .....	115
2.3. Кольца, тела, поля .....	128
2.4. Области целостности .....	134
2.5. Модули и линейные пространства .....	138
2.6. Подгруппы и подкольца .....	140
2.7. Теорема Лагранжа .....	144
2.8. Гомоморфизмы групп и нормальные делители .....	149
2.9. Гомоморфизмы колец .....	157
Д2.1. Кватернионы .....	160
Вопросы и задачи .....	162
<b>3. Полукольца и булевы алгебры .....</b>	<b>166</b>
3.1. Полукольца. Основные примеры .....	166
3.2. Замкнутые полукольца .....	172
3.3. Решение систем линейных уравнений .....	185
3.4. Булевы алгебры .....	193
3.5. Решетки .....	200
Вопросы и задачи .....	211

<b>4. Алгебраические системы.</b>	214
4.1. Модели и алгебры	214
4.2. Подсистемы	218
4.3. Конгруэнции и фактор-системы	224
4.4. Гомоморфизмы	229
4.5. Прямые произведения алгебраических систем	240
4.6. Конечные булевы алгебры	246
4.7. Многосортные алгебры	251
Вопросы и задачи	258
<b>5. Теория графов</b>	260
5.1. Основные определения	261
5.2. Способы представления	271
5.3. Деревья	280
5.4. Остовное дерево наименьшего веса	288
5.5. Методы систематического обхода вершин графа	293
5.6. Задача о путях во взвешенных ориентированных графах	307
5.7. Изоморфизм графов	321
5.8. Топологическая сортировка	328
5.9. Элементы цикломатики	335
Вопросы и задачи	346
<b>6. Булевы функции.</b>	352
6.1. Понятие булевой функции. Булев куб	352
6.2. Таблицы булевых функций	361
6.3. Фиктивные переменные. Равенство булевых функций	365
6.4. Формулы и суперпозиции	370
6.5. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы	382
6.6. Построение минимальных ДНФ	385
6.7. Теорема Поста	404
6.8. Схемы из функциональных элементов	421
Вопросы и задачи	430
<b>7. Конечные автоматы и регулярные языки</b>	434
7.1. Алфавит, слово, язык	436
7.2. Порождающие грамматики	445
7.3. Классификация грамматик и языков	458
7.4. Регулярные языки и регулярные выражения	462
7.5. Конечные автоматы. Теорема Клини	466
7.6. Детерминизация конечных автоматов	491
7.7. Минимизация конечных автоматов	501
7.8. Лемма о разрастании для регулярных языков	507

Д7.1. Обоснование алгоритма детерминизации конечных автоматов .....	513
Д7.2. Конечные автоматы с выходом. Структурный синтез ..	520
Д7.3. Морфизмы и конечные подстановки .....	532
Д7.4. Машины Тьюринга .....	537
Вопросы и задачи .....	546
<b>8. Контекстно-свободные языки .....</b>	<b>554</b>
8.1. КС-грамматики. Деревья вывода. Однозначность .....	554
8.2. Приведенная форма КС-грамматики .....	569
8.3. Лемма о разрастании для КС-языков .....	581
8.4. Магазинные автоматы .....	590
8.5. Алгебраические свойства КС-языков .....	616
Д8.1. О методах синтаксического анализа КС-языков .....	635
Д8.2. Семантика формальных языков .....	652
Д8.3. Графовое представление МП-автоматов .....	670
Вопросы и задачи .....	674
Литература .....	679
Предметный указатель .....	684