

УДК 519.6  
ББК 22.19  
Б 12

---

Интернет-магазин

**MATHESS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту №00-01-14090.

---

**Бабенко К. И.**

Основы численного анализа. — Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 848 стр.

Книга написана на основе курса лекций, читавшегося в течении многих лет на механико-математическом факультете Московского государственного университета. В ней содержатся теоретическое обоснование и подробное изложение основ численных методов. Каждая глава и почти все параграфы сопровождаются большим числом задач и примеров как теоретического, так и прикладного характера.

Для студентов и аспирантов математических специальностей университетов, а также для научных работников в области прикладной математики.

**ISBN 5-93972-162-1**

**ББК 22.19**

© Г. П. Бабенко, 2002

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002

<http://rcd.ru>

# Оглавление

<b>Предисловие ко второму изданию</b> . . . . .	6
<b>Предисловие</b> . . . . .	7
<b>ГЛАВА 1. Постановка задач численного анализа. Элементы теории вычислительных алгоритмов</b> . . . . .	13
§ 1. Постановка задач численного анализа . . . . .	13
§ 2. Представление чисел в ЭВМ и анализ погрешностей округления . . . . .	22
§ 3. Несколько замечаний о понятии алгоритма . . . . .	25
§ 4. Примеры алгоритмов; анализ алгоритмов . . . . .	34
<b>ГЛАВА 2. Математические основы численного анализа</b> . . . . .	55
§ 1. Теоремы топологии и функционального анализа . . . . .	55
§ 2. Теоремы анализа . . . . .	84
§ 3. Ортогональные системы в гильбертовых пространствах. Специальные функции . . . . .	96
§ 4. Уравнения в конечных разностях и смежные вопросы . . . . .	117
§ 5. Численный пример на метод Ньютона . . . . .	150
<b>ГЛАВА 3. Элементы теории приближений</b> . . . . .	157
§ 1. Некоторые вопросы теории приближений . . . . .	157
§ 2. Поперечники компактов . . . . .	194
§ 3. Интерполяция . . . . .	211
§ 4. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Разделенные разности . . . . .	226
§ 5. Интерполяция функций многих переменных . . . . .	234
§ 6. Сплайн-интерполяция . . . . .	239
§ 7. Оценки поперечников . . . . .	256
<b>ГЛАВА 4. Теория табулирования и <math>\varepsilon</math>-энтропия</b> . . . . .	272
§ 1. Таблицы функций . . . . .	272
§ 2. $\varepsilon$ -энтропия компактов . . . . .	275
§ 3. Табулирование классов аналитических функций и $\varepsilon$ -энтропия этих классов . . . . .	280
§ 4. Табулирование и $\varepsilon$ -энтропия функции конечной гладкости . . . . .	294
§ 5. Некоторые практические вопросы работы с таблицами . . . . .	301

<b>ГЛАВА 5. Общие свойства вычислительных алгоритмов . .</b>	<b>312</b>
§ 1. Алгоритмы для приближенного вычисления отображения $A: X \rightarrow Y$ . . . . .	312
§ 2. Анализ некоторых вычислительных алгоритмов . . . . .	314
§ 3. Решение некоторых некорректных задач . . . . .	333
§ 4. Решение задачи Рэлея–Тейлора . . . . .	356
<b>ГЛАВА 6. Численное интегрирование . . . . .</b>	<b>367</b>
§ 1. Общие вопросы теории квадратурных формул . . . . .	367
§ 2. Квадратурные формулы интерполяционного типа . . . . .	373
§ 3. Оценка погрешности квадратурной формулы на классе $W_{\infty}^r(M; I)$ . . . . .	385
§ 4. Составные квадратурные формулы; интегрирование пери- одических функций. Сингулярные интегралы . . . . .	389
§ 5. Кубатурные формулы . . . . .	403
<b>ГЛАВА 7. Численное решение задачи Коши для обыкновен- ных дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>420</b>
§ 1. Методы Эйлера и Рунге–Кутты . . . . .	420
§ 2. Разностные методы решения задачи Коши . . . . .	429
§ 3. Несколько замечаний о численном решении задачи Коши в экстремальных случаях . . . . .	441
<b>ГЛАВА 8. Теория итераций и методы решения некоторых за- дач алгебры . . . . .</b>	<b>450</b>
§ 1. Общие замечания о вычислительных задачах алгебры . . . . .	450
§ 2. Решение линейных алгебраических уравнений методом ис- ключения; вычисление определителей и обратных матриц . . . . .	466
§ 3. Итерационное уточнение решения системы линейных урав- нений и элементов обратной матрицы . . . . .	476
§ 4. Замечания о решении вырожденных систем уравнений . . . . .	483
§ 5. Итерационные методы решения систем линейных уравнений . . . . .	491
§ 6. Решение нелинейных уравнений и систем уравнений . . . . .	516
§ 7. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений . . . . .	537
<b>ГЛАВА 9. Численное решение краевых задач для дифферен- циальных уравнений и задач на собственные значения . .</b>	<b>548</b>
§ 1. Общие вопросы теории краевых задач . . . . .	548
§ 2. Построение разностных аппроксимаций дифференциаль- ных операторов . . . . .	568
§ 3. О решении краевых задач методом прогонки . . . . .	580
§ 4. О решении краевых задач методом конечных элементов . . . . .	606
§ 5. Построение алгоритмов без насыщения для решения крае- вых задач . . . . .	619
§ 6. О решении задачи на собственные значения . . . . .	638
§ 7. О доказательных вычислениях . . . . .	657
§ 8. Некоторые заключительные замечания . . . . .	663

<b>Глава 10. Некоторые вопросы численного решения краевых задач для уравнений в частных производных . . . . .</b>	<b>665</b>
§ 1. О численном решении краевых задач для эллиптических уравнений . . . . .	665
§ 2. Вариационные методы решения краевых задач . . . . .	687
§ 3. Несколько замечаний о построении алгоритмов без насыщения . . . . .	733
§ 4. О решении краевых задач для эволюционных уравнений . . . . .	753
§ 5. Метод установления . . . . .	797
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>807</b>
<b>Комментарии . . . . .</b>	<b>809</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>816</b>
<b>Список печатных работ К. И. Бабенко . . . . .</b>	<b>834</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>836</b>