

УДК 513.73(075.8)
ББК 22.161.1
Х83

Издание доступно в электронном виде
на портале *ebooks.bmstu.ru*
по адресу: <http://ebooks.bmstu.press/catalog/93/book1814.html>

Факультет «Фундаментальные науки»

Кафедра «Прикладная математика»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.Н. Четвериков*;
д-р техн. наук, профессор *А.В. Самохин*

Хорькова, Н. Г.

Х83 Элементы дифференциальной геометрии и топологии. Поверхности в пространстве : курс лекций / Н. Г. Хорькова. — 2-е изд. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018.— 97, [3] с.: ил.

ISBN 978-5-7038-4886-9

Изложена теория гладких поверхностей в трехмерном пространстве в объеме, предусмотренном учебным планом МГТУ им. Н.Э. Баумана по дисциплинам «Дифференциальная геометрия» и «Дифференциальная геометрия и основы тензорного исчисления» (модуль «Кривые и поверхности в пространстве»). Приведены задачи для самостоятельной работы.

Для студентов второго и третьего курсов факультета «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана, обучающихся по специальностям «Прикладная математика» и «Техническая физика».

УДК 513.73(075.8)
ББК 22.161.1

ISBN 978-5-7038-4886-9

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017
© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Оглавление

Предисловие	3
Основные обозначения	4
1. Гладкие поверхности в пространстве	5
1.1. Параметризованные поверхности в пространстве	5
1.2. Примеры параметризованных поверхностей в пространстве	7
1.3. Регулярные и особые точки параметризованных поверхностей	14
1.4. Гладкие поверхности	16
1.5. Криволинейные координаты и координатная сеть на гладкой поверхности	16
1.6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Касательное пространство	18
1.7. Замена криволинейных координат на поверхности (репараметризация поверхности)	20
1.8. Преобразование координат касательного вектора при замене криволинейных координат на поверхности	21
2. Первая квадратичная форма поверхности	23
2.1. Задача о вычислении длины кривой на поверхности	23
2.2. Определение первой квадратичной формы поверхности	24
2.3. Примеры вычисления первой квадратичной формы поверхности	26
2.4. Скалярное произведение в касательном пространстве	29
2.5. Преобразование матрицы первой квадратичной формы при замене криволинейных координат на поверхности	30
2.6. Угол между кривыми на поверхности	31
2.7. Площадь поверхности	32
2.8. Внутренняя геометрия поверхности	32
3. Вторая квадратичная форма поверхности	36
3.1. Определение второй квадратичной формы поверхности	36

3.2. Преобразование матрицы второй квадратичной формы при замене криволинейных координат на поверхности	38
3.3. Примеры вычисления второй квадратичной формы поверхности	39
3.4. Геометрический смысл второй квадратичной формы поверхности	41
4. Соприкасающийся параболоид поверхности . . .	43
4.1. Классификация точек поверхности	43
4.2. Специальная система координат	45
4.3. Соприкасающийся параболоид поверхности	46
5. Кривизна кривой на поверхности	50
5.1. Основная формула для кривизны кривой на поверхности	50
5.2. Нормальная кривизна поверхности. Теорема Менье	51
6. Главные направления и главные кривизны поверхности	54
6.1. Главные направления и главные кривизны как экстремальные значения функции нормальной кривизны	54
6.2. Примеры	56
6.3. Формула Эйлера	58
7. Гауссова и средняя кривизны поверхности	59
7.1. Средняя и гауссова кривизны поверхности	59
7.2. Формулы для вычисления гауссовой и средней кривизны поверхности через коэффициенты первой и второй квадратичных форм	60
7.3. Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны	62
7.4. Минимальные поверхности	62
8. Линии кривизны	63
8.1. Уравнение линий кривизны	63
8.2. Главные координаты на поверхности	65
9. Асимптотические линии на поверхности	68
10. Геодезические линии на поверхности	71

10.1. Нормальная и геодезическая кривизны кривой на поверхности	71
10.2. Формулы для геодезической кривизны кривой	73
10.3. Геодезические	75
10.4. Примеры геодезических	76
11. Основные уравнения теории поверхностей . . .	79
11.1. Деривационные формулы	79
11.2. Геодезические как объекты внутренней геометрии	83
11.3. Основные уравнения теории поверхностей. Урав- нения Гаусса и Петерсона – Майнарди – Кодацци	84
11.4. Теорема Бонне	85
12. Задачи для самостоятельной работы	87
Литература	94