

В. В. Осипов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ТОЧЕЧНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Монография

Институт фундаментальной подготовки



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. В. Осипов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ТОЧЕЧНЫХ
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ**

Монография

Красноярск
СФУ
2012

УДК 519.6
ББК 22.192.3
0-741

Рецензенты:

А. М. Попов, доктор физико-математических наук, профессор, директор института информатики и телекоммуникаций Сибирского государственного аэрокосмического университета;

В. П. Григорьев, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики института кибернетики Томского политехнического университета;

В. И. Гончаров, доктор технических наук, профессор, зав. научно-образовательной лабораторией мехатроники, профессор каф. интегрированных компьютерных систем управления Томского политехнического университета

Осипов, В.В.

0-741 Моделирование динамических процессов методом точечных представлений: монография / В.В. Осипов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. – 304 с.
ISBN 978-5-7638-2538-1

В монографии рассматриваются теоретические вопросы моделирования многомерных функциональных представлений и многомерных линейных нестационарных систем управления, а также различные теоретические аспекты терминального управления в одномерных динамических системах методом точечных представлений на смежных чебышевских сетках.

Книга рассчитана на научных работников, аспирантов и инженеров, использующих в своей работе методы прикладной математики.

**УДК 519.6
ББК 22.192.3**

ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование – это математическое описание разнообразных объективно существующих реальностей: явлений и систем различной природы, процессов и сигналов, многообразных зависимостей и причинно-следственных связей.

При этом классы и типы математических моделей как математические объекты сами становятся предметами теоретических исследований в различных разделах прикладной математики и не только прикладной, развивая и обогащая их новыми идеями и направлениями.

Для моделирования таких процессов и их взаимодействий (в линейных стационарных системах) широко используется метод операторно-частотных представлений, основанный на применении преобразования Лапласа и Фурье. Однако этот математический аппарат оказался в общем случае не конструктивным при переходе к временным оригиналам, неэффективным и малоприменимым для решения задач современной теории управления динамическими системами, связанных по своему содержанию с конечным промежутком времени. Это задачи управляемости и наблюдаемости, а особенно разнообразные задачи терминального управления и др. Этот аппарат совершенно не годится для описания (моделирования) нестационарных и нелинейных динамических систем. Другие математические методы, используемые в современной теории управления динамическими объектами (общая теория дифференциальных и интегральных уравнений, функциональный анализ и др.), играющие фундаментальную роль, в прикладном отношении также часто оказываются недостаточно конструктивными и мало приспособленными для компьютерной реализации.

Отметим также математический метод, основанный на замене непрерывных (аналоговых) сигналов их значениями в дискретные моменты времени (квантование) с последующей аппроксимацией дифференциальных уравнений соответствующими разностными уравнениями.

Используемое при этом дискретное преобразование создает аналитический аппарат моделирования непрерывных динамических систем, более конструктивный, чем традиционный подход.

Вместе с тем этот аппарат в значительной степени сохраняет и те же недостатки, которые присущи традиционному подходу, основанному на преобразовании Лапласа.

В связи с этим остается актуальной разработка эффективных приближенно-аналитических методов моделирования и решения на их основе разнообразных задач прикладной теории управляемых динамических систем.

В этом отношении, в частности, представляется весьма эффективным метод точечных представлений (точечного моделирования), который позволяет достаточно просто преобразовывать и приближенно представлять в векторно-матричной форме линейные дифференциальные уравнения разного типа (с постоянными и переменными коэффициентами), описывающие динамические системы на конечных временных промежутках. В результате разнообразные задачи теории управления формулируются как задачи линейной алгебры и конечномерного функционального анализа, для решения которых может быть использован имеющийся уже мощный арсенал вычислительных методов. В сущности он использует принципы теории представления алгебраических структур – одного из фундаментальных разделов современной математики. Возникающие при этом конечномерные модели есть гомоморфные образы соответствующих объектов, имеющие максимально возможную степень адекватности, увеличивающуюся с ростом размерности до нулевой эквивалентности.

Данная работа является продолжением исследований, опубликованных в [64–78], где были рассмотрены точечные модели скалярных (одномерных) функциональных представлений, построенных на основе смежных чебышевских N -сеток.

Это точечные модели обыкновенных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка общего вида и эквивалентных им интегральных уравнений, а также различные аспекты точечного обращения интегральных преобразований Лапласа и Фурье.

Полученные точечные решения соответствующих задач при любом конечном N оказываются гомоморфными отображениями элементов функциональных алгебраических структур, что с ростом N обеспечивает их сходимость к точным решениям через сплайновые представления. Проведенные расчеты показывают высокую эффективность метода.

Его эффективность сохраняется и при решении задач многомерной прикладной математики. Это задачи Коши для n -мерных линейных дифференциальных уравнений общего вида, задачи управляемости и наблюдаемости, устойчивости линейных нестационарных сис-

тем, а также задачи терминального управления. Ниже излагаются основные аспекты точечного моделирования и решения таких задач.

Автор выражает глубокую признательность и благодарность всем родным и близким, а особенно своему отцу, учителю и коллеге д.ф-м.н., профессору В. М. Осипову, за понимание и всяческую помощь в написании данной работы.

Все замечания и предложения автор примет с благодарностью по электронной почте: vv-osipov@ya.ru.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Точечное моделирование многомерных функциональных представлений.....	6
1.1. Точечные представления вектор-функций и некоторых операций с ними.....	6
1.2. Точечные модели задач Коши для n -мерных линейных дифференциальных уравнений общего вида и эквивалентных интегральных уравнений.....	21
1.3. Алгебраические свойства точечных моделей многомерных функциональных представлений	54
Глава 2. Точечные модели многомерных линейных нестационарных систем управления	90
2.1. Точечные модели многомерных линейных динамических систем. Передаточные матрицы.....	90
2.2. Управляемость линейных динамических систем как свойство их точечных моделей.....	105
2.3. Наблюдаемость в линейных нестационарных динамических системах	119
2.4. Обратная связь в точечных моделях линейных динамических систем. Управляемость и наблюдаемость.....	149
2.5. Устойчивость и точечные модели линейных нестационарных динамических систем	158
Глава 3. Задачи терминального управления одномерными линейными динамическими объектами.....	195
3.1. Точечные модели. Алгебраические свойства.....	195
3.2. Управление конечным состоянием при фиксированном времени процесса.....	209
3.3. Некоторые экстремальные задачи терминального управления.....	222
3.4. Некоторые экстремально-оценочные задачи для норм в матрично-векторных представлениях	232
3.5. Множество оптимальных управлений. Задача о максимальном быстродействии.....	253
3.6. Точечно-векторные и формульные представления сигналов и теорема Котельникова.....	276
Список литературы	295
	303