

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ
ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Е. И. Гордон, А. Г. Кусраев
С. С. Кутателадзе

ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ: ИЗБРАННЫЕ ТЕМЫ

МОСКВА «НАУКА»
2008

УДК 517.11+517.98

ББК 22.16

Г

Ответственный редактор
академик *Ю. Г. Решетняк*

Рецензенты:
доктор физико-математических наук *А. Е. Гутман*,
доктор физико-математических наук *Г. Г. Магарил-Ильяев*

Гордон Е. И.

Инфинитезимальный анализ / Е.И. Гордон, А.Г. Кусраев, С.С. Кутателадзе ;
[отв. ред. Ю.Г. Решетняк] ; Ин-т прикладной математики и информатики ВНЦ
РАН. – М. : Наука, 2008. – 399 с. – ISBN

Инфинитезимальный анализ — один из наиболее разработанных разделов, составляющих нестандартные методы анализа. В его рамках получили строгое обоснование метод неделимых и монадология, восходящие к глубокой древности. В монографии подробно излагаются теоретико-множественные формализмы, позволяющие использовать актуальные бесконечно большие и бесконечно малые величины. Детально изучаются приложения инфинитезимальных методов в топологии, теории меры, оптимизации и гармоническом анализе. Книга ориентирована на широкий круг читателей, интересующихся современным состоянием и приложениями классического нестандартного анализа.

ТП 2007–IV–

ISBN

- © Институт прикладной математики
и информатики ВНЦ РАН, 2008
- © Институт математики СО РАН, 2008
- © Е.И. Гордон, А.Г. Кусраев,
С.С. Кутателадзе, 2008
- © Редакционно-издательское оформление.
Издательство «Наука», 2008

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Экскурс в историю математического анализа	9
1.1. Г. В. Лейбниц и И. Ньютон	10
1.2. Л. Эйлер	13
1.3. Дж. Беркли	13
1.4. Ж. Д'Аламбер и Л. Карно	14
1.5. Б. Больцано, О. Коши и К. Вейерштрасс	15
1.6. Н. Н. Лузин	15
1.7. А. Робинсон	17
Глава 2. Наивные основы инфинитезимальных методов	18
2.1. Понятие множества в нестандартном анализе	18
2.2. Простейшие свойства вещественных чисел	24
2.3. Начальные понятия анализа на прямой	31
Глава 3. Теоретико-множественные формализмы	42
3.1. Язык теории множеств	44
3.2. Аксиоматика Цермело–Френкеля	52
3.3. Теория внутренних множеств Нельсона	67
3.4. Теории внешних множеств	76
3.5. Установки нестандартного анализа	83
3.6. Теория фон Неймана–Гёделя–Бернайса	88
3.7. Нестандартная теория классов	95
3.8. Непротиворечивость NCT	102
3.9. Теория относительно стандартных множеств	107
Глава 4. Монады в общей топологии	116
4.1. Монады и фильтры	116
4.2. Монады в топологических пространствах	122
4.3. Околостандартность и компактность	126
4.4. Бесконечная близость в равномерных пространствах	128
4.5. Предстандартность, полнота и полная ограниченность	132
4.6. Относительные монады	139
4.7. Компактность и субнепрерывность	147
4.8. Циклические и экстенциональные фильтры	149
4.9. Существенные и проидеальные точки циклических монад	153
4.10. Изображения компактных и предкомпактных пространств	156
4.11. Проультрафильтры и экстенциональные фильтры	157