МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ОСНОВЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Учебно-методическое пособие для вузов

Составители:
Ж.И. Бахтина, М. Б. Зверева,
М.И. Каменский

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2016

Оглавление

год зависит от величины национального дохода не только в настоящий год t, но и в предшествующие годы $t\text{-}1$, $t\text{-}2$.

Система называется ***динамической***, если в ее составе имеется хотя бы один динамический элемент.

В модели Солоу экономика рассматривается как замкнутое единое неструктурированное целое, производит один универсальный продукт, который может как потребляться, так и инвестироваться.

В этой модели рассматривается пять макроэкономических показателей (эндогенных переменных):

Y — валовой внутренний продукт (ВВП);

I — валовые инвестиции;

C — фонд потребления;

K — основные производственные фонды (ОПФ);

L — число занятых в производственной сфере.

Первые три переменные (Y, I, C) являются показателями типа потока (их значения накапливаются в течение года), переменные K, L — мгновенные переменные (их значения могут быть измерены, вообще говоря, в любой момент непрерывного времени).

Модель Солоу с ***дискретным временем*** задается системой уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{ll} Y_t = F(K_t, L_t), & (1) \\ Y_t = I_t + C_t, & (2) \\ K_t = (1-\mu)K_{t-1} + I_{t-1}, & (3) \\ L_t = (1+\nu)L_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots, T, & (4) \end{array}\right\} \qquad (1.1)$$

где $t = 0$ — базовый год;

$t = T$ — конечный год изучаемого периода;

K_0, I_0, L_0 считаются заданными.

С содержательной точки зрения эти уравнения имеют следующий смысл. Первое уравнение задает ВВП как производственную функцию от ресурсов — основных производственных фондов и числа занятых, второе уравнение — распределение ВВП на валовые инвестиции и потребление. Третье уравнение — это рекуррентное соотношение для определения ОПФ будущего года по значениям ОПФ и инвестиций текущего года. В этом уравнении μ — коэффициент выбытия (износа) ОПФ в расчете на год. Данный коэффициент предполагается постоянным. Из уравнения видно, что инвестиции, сделанные в текущем году, материализуются в фонды в будущем году, т.е. лаг капиталовложений равен одному году. Четвертое уравнение — это рекуррентное соотношение для определения числа занятых в будущем году на основании числа занятых в текущем году. Как видим, данное уравнение основано на гипотезе постоянства годового темпа прироста числа занятых v.

С точки зрения классификации элементов на статические и динамические, уравнения (1.1) (каждое из которых является формализованной записью элемента) могут быть истолкованы следующим образом. Первое уравнение задает нелинейный статический элемент (вход — K_t, L_t, выход — Y_t), второе уравнение — линейный статический элемент (вход — Y_t, выход — T_t, C_t), третье уравнение — линейный динамический элемент (вход — K_{t-1}, I_{t-1}, выход — K_t), четвертое уравнение — линейный динамический элемент (вход — L_{t-1}, выход — L_t).

Таким образом, экономика в форме модели Солоу, видимым образом неструктурированная, на самом деле структурируется в контур с обратной связью, показанный на рис. 1.2. Тем самым экономика в форме модели Солоу является динамической системой, поскольку в ее составе имеются динамические элементы.

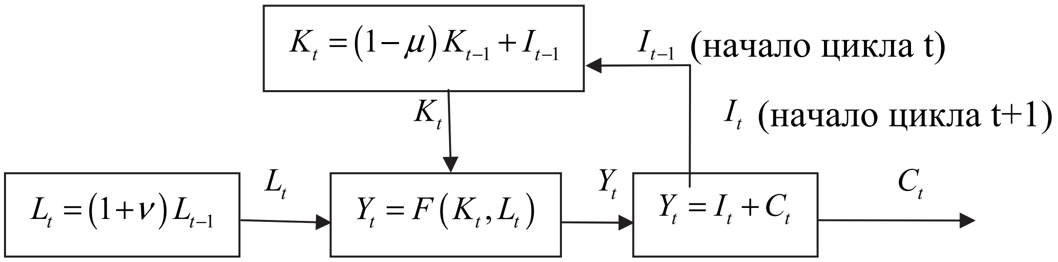

Рис. 1.2. Структурная схема модели Солоу

Структурную схему, представленную на рис. 1.2, можно перестроить с управленческой точки зрения. В самом деле, в реальной экономике одним из наиболее важных рычагов управления является распределение ВВП на накопление (валовые инвестиции) и потребление. Поэтому статическое распределительное звено (второе уравнение (1.1)) на самом деле можно рассматривать как управляющее. Подобный вариант структуры показан на рис. 1.3. На этой схеме первое и третье звенья вместе образуют объект управления, второе (распределительное) звено играет роль управляющего, а выход четвертого звена L_t служит входом в систему, выходом которой является потребление C_t. Сама система из управляемого объекта и управляющего звена выделена пунктиром.

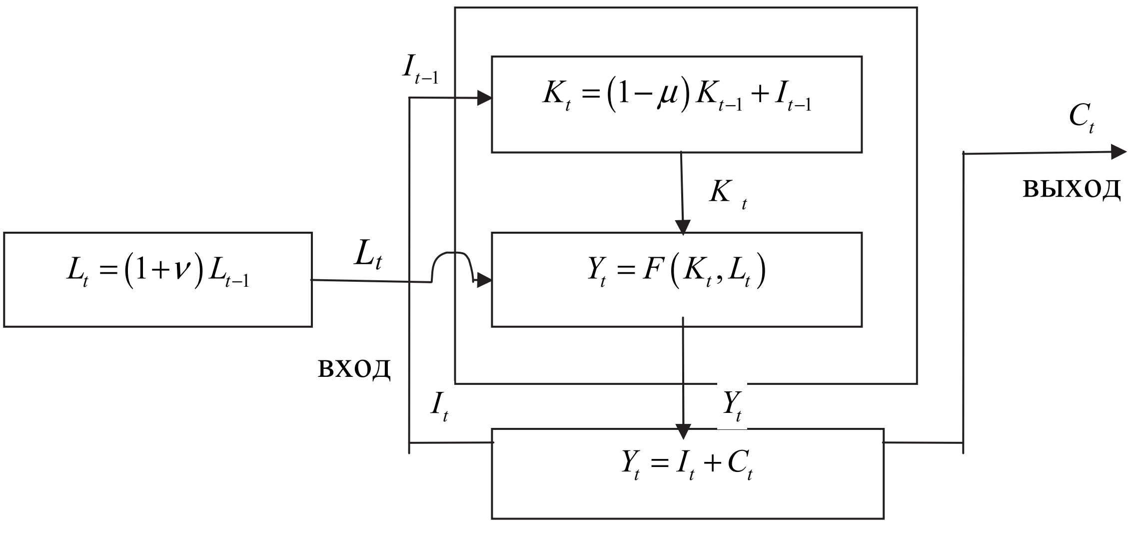

Рис. 1.3. Скорректированная структурная схема модели Солоу

Модель Солоу с непрерывным временем. Предположим теперь, что время, измеряемое вначале с дискретностью в один год, будет измеряться с дискретностью Δt (например, полугодие, квартал, месяц, декада, день). При дискретности в один день время можно считать практически непрерывным.

При дискретности Δt модель Солоу будет выглядеть следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
&Y_t = F(K_t, L_t),\\
&Y_t = I_t + C_t,\\
&K_t - K_{t-\Delta t} = (-\mu K_{t-\Delta t} + I_{t-\Delta t})\Delta t,\\
&L_t - L_{t-\Delta t} = \nu L_{t-\Delta t}\Delta t, t = \Delta t, 2\Delta t, \ldots, n\Delta t, n = \left[\frac{T}{\Delta t}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (1.2)$$

где Y_t, I_t, C_t – соответственно ВВП, инвестиции и потребление за год, начинающийся в момент t;

$\mu K_{t-\Delta t}\Delta t$ — выбытие фондов за время *(t-Δt, t);*

$I_{t-\Delta t}\Delta t$ — инвестиции за время *(t-Δt, t);*

$\nu L_{t-\Delta t}\Delta t$ — прирост числа занятых за время *(t-Δt, t)*.

При переходе к пределу при $\Delta t \to 0$ уравнения (1.2) принимают следующую форму (*уравнения модели Солоу с непрерывным временем*):

$$\left.\begin{aligned}
&Y_t = F(K_t, L_t), && (1)\\
&Y_t = I_t + C_t, && (2)\\
&\frac{dK}{dt} = -\mu K + I, \quad K(0) = K_0, && (3)\\
&\frac{dL}{dt} = \nu L, \quad L(0) = L_0, \quad t \in [0, T]. && (4)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.3)$$

Данная модель может быть представлена в такой же структурной форме, как это показано на рис. 1.2, 1.3, однако при этом уравнения (3), (4) из (1.1) должны быть заменены уравнениями (3), (4) из (1.3).

Следует отметить, что модель Солоу в дискретной форме (1.1) и модель Солоу в непрерывной форме (1.3), несомненно, являются разными моделями и расчеты по ним приводят к разным, однако достаточно близким, результатам.

2. Динамическая модель Кейнса

Поскольку динамическая система имеет в своем составе хотя бы один динамический элемент, а статический элемент является частным случаем динамического, то вначале целесообразно рассмотреть поведение динамического элемента.

Нелинейный динамический элемент *n*-го порядка задается уравнением вида

$$F\left(y^{(n)},\ldots,y',y,x^{(m)},\ldots,x',x\right)=0,$$

где $x(t)$ — входное воздействие на элемент (вход);

$y(t)$ — реакция элемента на входное воздействие (выход);

$$y^{(n)}=\frac{d^n y}{dt^n},\quad x^{(m)}=\frac{d^m x}{dt^m}.$$

В частности, линейный динамический элемент *n*-го порядка задается линейным дифференциальным уравнением

$$\sum_{j=0}^{n} a_j y^{(j)}=\sum_{i=0}^{m} b_i x^{(i)}. \qquad (2.1)$$

Наиболее часто в практических приложениях встречаются элементы нулевого порядка (***мультипликатор, акселератор***), первого порядка (***инерционное звено***) и второго порядка. Звено второго порядка может быть либо ***колебательным звеном,*** либо двумя последовательно соединенными инерционными звеньями.

Мультипликатор — линейное статическое звено, задаваемое уравнением

$$a_0 y=b_0 x \quad \text{или} \quad y=\alpha x,\quad \alpha=b_0/a_0.$$

Например, валовые инвестиции I как вход следующим образом связаны с валовым внутренним продуктом Y как выходом:

$$Y=\frac{1}{\rho}I,$$