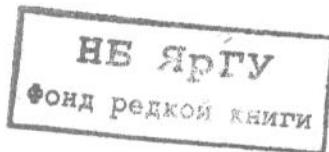


Министерство образования и науки Российской Федерации  
 Федеральное агентство по образованию  
 Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Ю. А. Белов, В. А. Бондаренко, А. Н. Максименко

# Геометрические вопросы сложности дискретных задач

*Учебное пособие*



*Рекомендовано  
 Научно-методическим советом университета  
 для студентов направления  
 Прикладная математика и информатика*

БИБЛИОТЕКА ЯрГУ  
 УЧЕБНЫЙ ФОНД

Ярославль 2006

УДК 519.11/. 14  
 ББК В 183. 4я73  
 Б 43

*Рекомендовано  
 Редакционно-издательским советом университета  
 в качестве учебного издания. План 2006 года*

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор Д.О. Бытев;  
 кафедра теории и методики обучения информатике  
 Ярославского государственного педагогического университета  
 им. К.Д. Ушинского

Б 43 **Белов, Ю.А.** Геометрические вопросы сложности дискретных задач: учеб. пособие / Ю.А. Белов, В.А. Бондаренко, А.Н. Максименко; Яросл. гос.ун-т — Ярославль: ЯрГУ, 2006. — 79 с.  
 ISBN 5-8397-0479-2

Излагается единый подход к качественному исследованию задач дискретной оптимизации, основанный на их геометрической интерпретации. В первой части приводятся необходимые факты из комбинаторной теории многогранников, рассматриваются многогранники основных комбинаторных задач. Во второй части пособия описываются основные алгоритмические схемы, используемые для решения оптимизационных задач, приводится геометрическое истолкование этих схем. В заключительной части устанавливаются нижние оценки сложности задач в широком классе алгоритмов.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 010500 Прикладная математика и информатика (дисциплина “Геометрические вопросы комбинаторной оптимизации”, блок СД), очной формы обучения.

Ил. 2. Библиогр.: 34 назв.

УДК 519.11/. 14  
 ББК В 183. 4я73

© Ярославский  
 государственный  
 университет, 2006  
 © Белов Ю.А.,  
 Бондаренко В.А.,  
 Максименко А.Н., 2006

ISBN 5-8397-0479-2

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1 Предварительные сведения</b>	<b>8</b>
1.1 Евклидово пространство . . . . .	8
1.2 Выпуклые множества . . . . .	12
<b>2 Выпуклые многогранники</b>	<b>15</b>
2.1 Основные свойства выпуклых многогранников . . . . .	15
2.2 Примеры многогранников . . . . .	18
<b>3 Геометрическая интерпретация задач дискретной оптимизации</b>	<b>20</b>
3.1 Примеры задач дискретной оптимизации . . . . .	20
3.2 Геометрическая постановка задач дискретной оптимизации .	23
<b>4 Линейные разделяющие алгоритмы</b>	<b>27</b>
4.1 Основное определение . . . . .	27
4.2 Геометрическая интерпретация линейного алгоритма . . .	29
4.3 Оценки линейных разделяющих алгоритмов . . . . .	32
<b>5 Многогранники задач дискретной оптимизации</b>	<b>34</b>
5.1 Основные комбинаторные характеристики многогранников .	34
5.2 Многогранник задачи сортировки . . . . .	35
5.3 Многогранники, порождаемые матроидами . . . . .	37
<b>6 Многогранники задач на графах</b>	<b>41</b>
6.1 Многогранник задачи о назначениях . . . . .	41
6.2 Многогранник задачи о минимальном совершенном паросочетании . . . . .	47
6.3 Многогранник задачи о полных подграфах на $k$ вершинах .	49
6.4 Многогранник задачи коммивояжера . . . . .	50

<b>7 Прямые алгоритмы</b>	<b>52</b>
7.1 Сужение класса линейных разделяющих алгоритмов . . . . .	52
7.2 Нижние оценки сложности прямых алгоритмов . . . . .	54
7.3 Замечания и дополнения . . . . .	57
<b>8 Аффинные отображения многогранников</b>	<b>58</b>
8.1 Определения. Свойства . . . . .	58
8.2 Примеры отображений многогранников . . . . .	60
8.2.1 Задача сортировки и задача о назначениях . . . . .	60
8.2.2 Задача коммивояжера на ориентированном графе и задача о кратчайшем пути . . . . .	61
8.2.3 Симметричная и несимметричная задачи коммивояжера	62
8.2.4 Задача о полном подграфе и задача о разрезе . . . . .	63
<b>9 Элементы теории <math>NP</math>-полных задач</b>	<b>65</b>
9.1 Примеры дискретных задач . . . . .	65
9.2 Алгоритмы . . . . .	66
9.3 Полиномиальная разрешимость . . . . .	67
9.4 Алгоритмы с оракулом и класс $NP$ . . . . .	69
9.5 Сравнение задач по сложности . . . . .	70
9.6 Задачи, самые сложные в классе $NP$ . . . . .	71
<b>Литература</b>	<b>76</b>