

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

# МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Том 20      № 3      2013

Основан в 1999 г.  
Выходит 6 раз в год

*Свидетельство о регистрации ПИ №ФС77-49724 от 11.05.12  
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций*

*Главный редактор*  
**В.А. Соколов**

*Редакционная коллегия*  
С.М. Абрамов, В.С. Афраймович (Мексика), О.Л. Бандман, В.А. Бондаренко,  
С.Д. Глызин (зам. гл. ред.), А. Дехтярь (США), М.Г. Дмитриев,  
В.Л. Дольников, В.Г. Дурнев, Л.С. Казарин, Ю.Г. Карпов, С.А. Кашенко,  
А.Ю. Колесов, И.А. Ломазова, Г.Г. Малинецкий, В.Э. Малышкин, В.А. Непомнящий,  
П.Г. Парфенов, Н.Х. Розов, Р.Л. Смелянский, Е.А. Тимофеев (зам. гл. ред.),  
Д.В. Тураев (Великобритания), Ф. Шнеблен (Франция)

*Ответственный секретарь* Е.В. Кузьмин

**Адрес редакции:** 150000, Ярославль, ул. Советская, 14

**E-mail:** mais@uniyar.ac.ru

**Website:** mais.uniyar.ac.ru

Научные статьи в журнал принимаются по электронной почте и на кафедре теоретической информатики Ярославского государственного университета. Статьи должны содержать УДК, аннотации на русском и английском языках и сопровождаться набором текста в редакторе LaTeX. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

©Ярославский государственный  
университет им. П.Г. Демидова, 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

---

*Моделирование и анализ информационных систем. Т. 20, №3. 2013*

---

Параметрический резонанс в гармоническом осцилляторе с переменной частотой собственных колебаний <i>Нестеров П. Н.</i>	5
Пространственные особенности высокомодовых бифуркаций в распределенном логистическом уравнении <i>Кащенко И. С.</i>	29
Диффузионный хаос в задаче «реакция–диффузия» с гантелеобразной областью определения пространственной переменной <i>Глызин С. Д., Шокин П. Л.</i>	43
Самоорганизация, сети, будущее <i>Ахромеева Т. С., Малинецкий Г. Г., Посашков С. А., Торопыгина Т. А.</i>	58
Об одной задаче для симплекса и куба в $\mathbb{R}^n$ <i>Невский М. В.</i>	77
Параметрический резонанс при двухчастотном возмущении в логистическом уравнении с запаздыванием <i>Быкова Н. Д., Глызин С. Д., Кащенко С. А.</i>	86
Семейства гладких рациональных кривых малой степени на многообразиях Фано степени 5 основной серии <i>Омелькова М. С.</i>	99
Применение нечеткой классификации для гибридных линейных методов прогнозирования <i>Таскин А. С., Миркес Е. М., Сиротинина Н. Ю.</i>	108
Оптимальные квадратурные формулы приближенного вычисления криволинейного интеграла первого рода для некоторых классов функций и кривых <i>Тухлиев К.</i>	121
Преобразования задач оптимального управления <i>Цирлин А. М.</i>	130

---

Редактор, корректор А.А. Аладьева. Редактор перевода Э.И. Соколова. Подписано в печать 20.06.2013. Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Усл. печ. л. 18,1. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 500 экз.

---

Отпечатано на ризографе. Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, 150 000, Ярославль, ул. Советская, 14. Телефон редакции (4852) 79-77-72.

Ministry of Education and Science of the Russian Federation  
P.G. Demidov Yaroslavl State University

# MODELING AND ANALYSIS OF INFORMATION SYSTEMS

Volume 20      No 3      2013

Founded in 1999  
6 issues per year

*State Registration License No  $\Phi C77-49724$  of 11.05.12*

*Editor-in-Chief*

**V. A. Sokolov**

*Editorial Board*

S.M. Abramov, V. Afraimovich (Mexico), O.L. Bandman, V.A. Bondarenko,  
S.D. Glyzin (*Deputy Editor-in-Chief*), A. Dekhtyar (USA), M.G. Dmitriev,  
V.L. Dol'nikov, V.G. Durnev, L.S. Kazarin, Yu.G. Karpov, S.A. Kashchenko,  
A.Yu. Kolesov, I.A. Lomazova, G.G. Malinetsky, V.E. Malyshkin, V.A. Nepomniaschy,  
P.G. Parfionov, N.H. Rozov, Ph. Schnoebelen (France), R.L. Smeliansky,  
E. A. Timofeev (*Deputy Editor-in-Chief*), D. Turaev (Great Britain)

*Responsible Secretary* E. V. Kuzmin

**Editorial Office Address:** Sovetskaya str., 14, Yaroslavl, 150000, Russia

**E-mail:** mais@uniyar.ac.ru

**Website:** mais.uniyar.ac.ru

## Contents

---

*Modeling and Analysis of Information Systems. Vol. 20, No 3. 2013*

---

Parametric resonance in a time-dependent harmonic oscillator <i>Nesterov P. N.</i>	5
Spatial properties of high-mode bifurcations of a distributed logistic equation <i>Kashchenko I. S.</i>	29
Diffusion Chaos in reaction–diffusion boundary problem in the dumbbell domain <i>Glyzin S. D., Shokin P. L.</i>	43
Self-organization, networks, future <i>Akhromeyeva T. S., Malinetsky G. G., Posashkov S. A., Toropygina T. A.</i>	58
On some problem for a simplex and a cube in $\mathbb{R}^n$ <i>Nevskii M. V.</i>	77
Parametric resonance in the logistic equation with delay under a two-frequency perturbation <i>Bykova N. D., Glyzin S. D., Kaschenko S. A.</i>	86
Families of smooth rational curves of small degree on the Fano variety of degree 5 of main series <i>Omelkova M. S.</i>	99
Application of the fuzzy classification for linear hybrid prediction methods <i>Taskin A. S., Mirkes E. M., Sirotinina N. Y.</i>	108
The optimal quadrature formula of approximate calculation of curvilinear integral of first kind for some classes of functions and curves <i>Tukhliev K.</i>	121
Transformations of optimal control problems <i>Tsirlin A. M.</i>	130

УДК 517.928

## Параметрический резонанс в гармоническом осцилляторе с переменной частотой собственных колебаний

Нестеров П.Н.<sup>1</sup>

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
150000 Россия, г. Ярославль, ул. Советская, 14*

*e-mail: mathematix@mail.ru*

*получена 20 января 2013*

**Ключевые слова:** гармонический осциллятор, переменная частота, резонанс, метод усреднения, асимптотика.

В статье изучается явление возникновения новых резонансов в гармоническом осцилляторе с переменной частотой собственных колебаний под действием колебательно убывающей во времени силы. Рассматриваемое в работе уравнение принадлежит классу адиабатических осцилляторов. Подобного рода уравнения возникают в спектральных задачах для одномерного оператора Шредингера с потенциалом типа Вигнера–фон Неймана. Для исследования задачи в работе используется специальный метод асимптотического интегрирования систем линейных дифференциальных уравнений с колебательно убывающими коэффициентами. Метод основан на использовании идей метода усреднения для упрощения исходной системы. Затем для получения асимптотических формул применяется фундаментальная теорема Н. Левинсона. Далее в работе изучается феномен параметрического резонанса, возникающего в исследуемом уравнении. Найдены резонансные частоты внешнего возмущения и установлен точечный характер параметрического резонанса. В завершении работы строится пример гармонического осциллятора с переменной частотой собственных колебаний (адиабатического осциллятора), в котором могут возникать отмеченные в работе резонансы.

### 1. Постановка задачи

Классическим примером системы с одной степенью свободы, в которой наблюдается явление параметрического резонанса, является уравнение Матье

$$\frac{d^2x}{dt^2} + [1 + \varepsilon \cos \lambda t]x = 0, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-01-31004 мол\_а, а также гранта Президента Российской Федерации № МК-80.2013.1.