

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГОУ ВПО
«Самарская государственная сельскохозяйственная академия»

КИРОВ В.А., КИРОВА Ю.З.

ОСНОВЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
МЕХАНИКИ
в расчетах механизмов
сельскохозяйственных машин
СТАТИКА. КИНЕМАТИКА

Рекомендовано
учебно-методическим объединением вузов по агроинженерному образованию
для студентов высших учебных заведений
по специальности "Механизация сельского хозяйства"

Самара 2006

УДК.....
К-...

Рецензенты:

Асланов В.С., д.т.н., профессор,

Астафьев В.И., д. ф.-м. н., профессор, Самарский ГАУ

Федотов Г.Д., к. т. н., доцент, Ульяновская ГСХА

Киров В.А., Кирова Ю.З.

К - ... Основы теоретической механики в расчетах механизмов
сельскохозяйственных машин. «Статика. Кинематика». - Самара, 2006 -с.

ISBN.....

Учебное пособие содержит 2 раздела: «Статика» и «Кинематика», в каждом из которых представлены наряду с классическим представлением теоретической механики положения, носящие прикладной характер и связаны непосредственно с механизацией сельскохозяйственного производства.

Настоящий курс лекций предназначен для студентов высших учебных заведений агроинженерных специальностей. Он также может быть использован при преподавании в средних специальных учебных заведениях.

ISBN.....

Самарская государственная
сельскохозяйственная
академия, 2006;
Киров В.А., Кирова Ю.З.

ПРЕДИСЛОВИЕ...!!!!

ВВЕДЕНИЕ

«Надо удивляться богатству и вместе с тем щедрости природы, делая совершенно новые, интересные выводы из простых, известных и даже тривиальных вещей, выводы, далекие оттого, что может представить воображение».

Галилео Галилей

Механика – одна из первых и древнейших естественных наук, зародившихся несколько тысячелетий назад. Однако, несмотря на свою древность, она стала подлинной наукой не более чем триста лет тому назад, а именно лишь тогда, когда в ней сложились свои методы теоретического исследования (последние десятилетия 17 века и начало 18 века). Теоретическая механика создавалась вместе с развитием всей культуры человечества. Многие законы и факты в области механики были известны еще в древности, задолго до нашей эры, например, знаменитый закон Архимеда. Он и сейчас имеет огромное значение в технике. Однако знания той эпохи не были систематизированы, не составляли еще законченной науки.

В 17 веке великие ученые Галилей (1564-1642 г.г.) и Ньютон (1643-1727 г.г.) систематизировали первоначальные сведения по механике и дали точную формулировку основных ее положений. Эмпирические методы, разработанные Галилеем, были дополнены теоретическими методами, разработанными Ньютоном. Они установили законы механики, соответствующие истинным закономерностям в механических движениях, и тем создали основу для дальнейшего ее развития, которое связано с именами многих ученых, наиболее выдающиеся из которых: Гюйгенс (1629 - 1695 г.г.), Даламбер (1717 - 1783 г.г.), Эйлер (1707-1783 г.г.), Лагранж (1736-1813 г.г.) и многие другие.

Развитию механики и ее приложений в области техники и естествознания своими исследованиями и открытиями в значительной мере содействовали такие наши отечественные ученые, как М.В. Остроградский (1801-1862 г.г.), Н.Е. Жуковский (1847-1921 г.г.), С.В. Ковалевская (1850-1891 г.г.), А.М. Ляпунов (1851-1918 г.г.), К.Э. Циолковский (1857-1935 г.г.) и многие другие.

Широкое развитие теоретическая механика получила в технике, в частности, в машиностроении, транспорте, строительстве. На ее базе возникли и успешно развиваются такие науки, как сопротивление материалов, теория упругости, гидродинамика, газовая динамика и другие. В этих науках обычно к законам механики добавляются другие законы, характеризующие дополнительные свойства материальных тел.

Так что же такое *механика*?

Механикой называют науку, изучающую механические движения вещественных форм материальных объектов в пространстве с течением времени.

Теоретическая механика состоит из трех отдельных частей: **СТАТИКА**, **КИНЕМАТИКА**, **ДИНАМИКА**.

В основу каждого из этих разделов положен ряд понятий и определений, принята система аксиом, т.е. важнейших положений, проверяемых на опыте, и путем формально логичных рассуждений сделаны соответствующие выводы.

Эти выводы – **ТЕОРЕМЫ** - представляют собой правила различных расчетов, необходимых при количественном изучении тех или иных механических движений.

1. **Статика** - это раздел механики, который изучает законы равновесия материальных тел.

Статика подразделяется на две части:

- статика твердого тела;
- статика материальных систем (жидких, газообразных, упругих и т. д.).

2. **Кинематика** - изучает чисто геометрические формы механических движений материи без выяснения условий и причин, вызывающих эти движения.

3. **Динамика** – является наиболее широкой ветвью механики, изучающей движение в зависимости от факторов, обуславливающих его.

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия, определения и аксиомы статики

1.1.1. Основные понятия и определения

Как уже было сказано, что *статикой* называется раздел механики, изучающий условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил. Под *равновесием* мы будем понимать состояние покоя тела по отношению к другим материальным телам или его равномерное прямолинейное движение. *Материальным телом* можно назвать некоторое количество материи (вещества), заполняющего какой-то объем в пространстве (мел, стол, доска и т.д.).

Если движение тела, по отношению к которому изучается равновесие, можно пренебречь, то равновесие считается **абсолютным**, в противном случае – **относительным**. Абсолютным равновесием тел можно считать равновесие по отношению к Земле или к телам, жестко связанным с Землей. Справедливость этого утверждения будет обоснована в разделе «Динамика», где понятие об абсолютном равновесии можно определить более строго. Там же будет рассмотрен вопрос об относительном равновесии.

В статике изучается только абсолютное равновесие тела. Условия равновесия тел существенно зависят от того, является ли это тело твердым, жидким или газообразным. Равновесие жидких и газообразных тел изучается в курсах гидростатики и аэростатики.

В общем курсе механики обычно рассматриваются обычно задачи о равновесии твердых тел. Все встречающиеся в природе твердые тела под влиянием внешних воздействий в той или иной мере изменяют свою форму (деформируются). Величина таких деформаций зависит от материала тел, их геометрической формы и размеров и от действующих нагрузок.

Для обеспечения прочности различных инженерных сооружений и конструкций материал и размеры их частей подбирают так, чтобы деформации при действующих нагрузках были достаточно малы, которыми при изучении условий равновесия можно пренебречь и рассматривать тело как **абсолютно твердое**.

Например, *материал и размеры стержней, входящих в те или иные конструкции, выбирают такими, что при действующих нагрузках стержни удлиняются (или укорачиваются) менее чем на одну тысячную долю их первоначальной длины. Такой же порядок допускаемых деформаций при изгибе, кручении и т.п.*

Абсолютно твердым телом называется такое материальное тело, геометрическая форма и размеры которого не изменяются ни при каких механических воздействиях со стороны других тел, а расстояние между любыми его двумя точками остается постоянным. В дальнейшем при решении задач статики все тела будем рассматривать как абсолютно твердые, но для краткости будем называть их просто: *твердые тела*.

В природе абсолютно твердых тел не существует. А малые деформации во многих случаях на их движение не влияют. Учет деформации тела приобретает существенное значение при расчете прочности частей тех или иных сооружений или машин. Это вы будете изучать в курсе «Соппротивление материалов».

В статике твердого тела рассматриваются две основные задачи:

1. сложение сил и приведение системы сил, действующих на тело, к простейшему виду;
2. определение условий равновесия действующих на твердое тело системы сил.

Эти задачи могут быть решены или путем геометрических построений (геометрический и графический методы), или с помощью расчетов (аналитический метод). В курсе теоретической механики мы рассматриваем оба эти метода, но следует иметь в виду, наглядные геометрические построения играют первостепенную роль при решении задач механики.

Перейдем к **основным понятиям статики**. Что такое твердое тело мы уже выяснили. Рассмотрим далее.

Материальная точка - это материальное тело, размерами которого можно пренебречь по отношению к пройденному им пути.

Состояние равновесия или движения данного тела зависят от характера его механических воздействий с другими телами, т. е. от тех давлений, притяжений и отталкиваний, которые тело испытывает в результате этих воздействий.

Силой называется мера механического взаимодействия материальных тел. Сила характеризуется точкой A тела, в которой она приложена, направлением и величиной (рис.1.1).

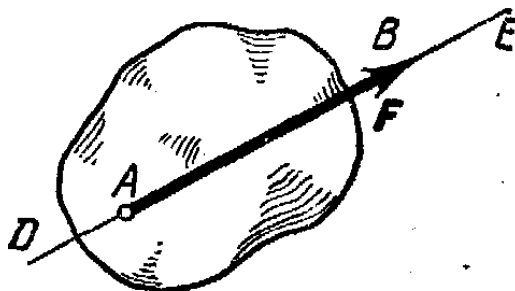


Рис.1.1.

Для установления единиц измерения силы, приложенной к телу, она сравнивается с силами, с которыми Земля своим притяжением воздействует на тела. Сила, равная $9,8\text{Н}$ или $1\text{кг}\cdot\text{с}$, выражает то механическое воздействие, которое производит Земля на массу воды в 1дм^3 при $t = 4^\circ\text{C}$ на уровне моря, при нормальном атмосферном давлении. Такое воздействие на тело всегда можно осуществить не только в вертикальном, но и в любом другом направлении, например в горизонтальном (рис.1.2: F - сила приложения, A - точка приложения).

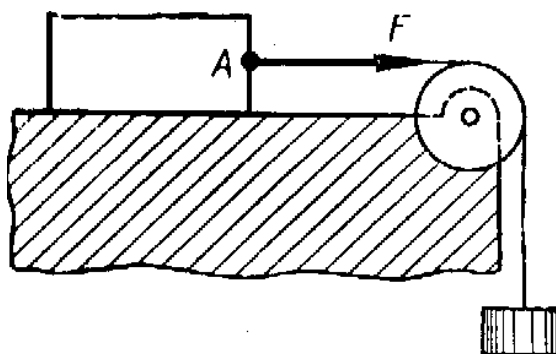


Рис.1.2.

Для измерения воздействия удобно пользоваться некоторыми деформирующимися телами (например, пружина динамометра).

Системой сил называют группу нескольких сил, приложенных к телу в тех или иных точках. Силы системы выражают различные воздействия на данное тело со стороны других материальных объектов. Систему сил обозначают таким образом: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ (рис.1.3).

В случае если каждая система сил, действуя отдельно на тело, может сообщить покоящемуся телу одно и то же движение, то такие системы сил называются **эквивалентными** одна другой. Обозначение эквивалентных систем сил:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{\Phi}_1, \vec{\Phi}_2, \dots, \vec{\Phi}_n)$$

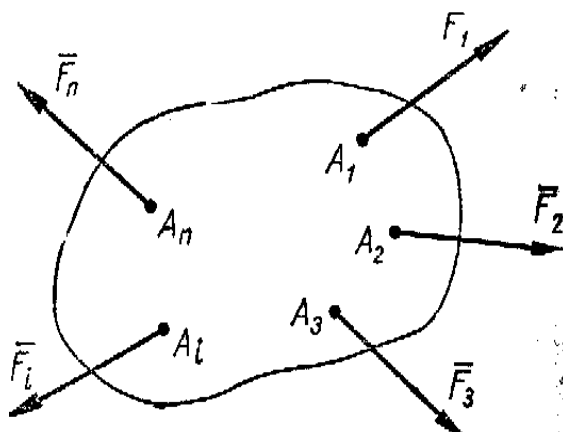


Рис.1.3.

В том случае, если одна система сил приложена к покоящемуся телу и не изменяет его состояние покоя, называется *эквивалентной нулю*, или *уравновешенной*, если она, будучи приложена к покоящемуся телу, не изменяет его состояния покоя. Ее обозначают следующим образом:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

Будучи приложенной к движущемуся телу, система сил, эквивалентная нулю также не изменяет характер движения тела.

Равнодействующей силой \vec{R} данной системы сил называют силу, эквивалентную данной системе сил:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}$$

Иначе, равнодействующая - это сила, которая заменяет действие данной системы сил на твердое тело. Однако, надо отметить, что не всякая система сил имеет равнодействующую. Например, две силы, действующие на тело по двум скрещивающимся прямым, то есть не лежащим в одной плоскости, равнодействующей не имеет.

Уравновешивающей силой \vec{R}' заданной системы сил считается такая сила, добавление которой к заданной системе сил дает новую систему, эквивалентную нулю.

Тогда:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{R}') \sim 0$$

Уравновешивающая сила может быть только у такой системы сил, которая имеет равнодействующую силу. Тогда уравновешивающая сила выразится вектором, противоположным вектору равнодействующей силы, то есть $\vec{R}' = -\vec{R}$. Уравновешивающая сила должна действовать на тело по той же прямой, по которой действует равнодействующая сила, но в противоположную сторону.

1.1.2. Аксиомы статики

В механике установлены методы изучения равновесия и движений материальных тел исходя из основных положений, называемых **аксиомами**.

АКСИОМА 1: О РАВНОВЕСИИ СИСТЕМЫ ДВУХ СИЛ - если на свободное абсолютно твердое тело действует система двух сил, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны (рис.1.4).

Эта аксиома определяет простейшую уравновешенную систему сил, так как опыт показывает, что свободное тело, на которое действует только одна сила, находиться в равновесии не может.

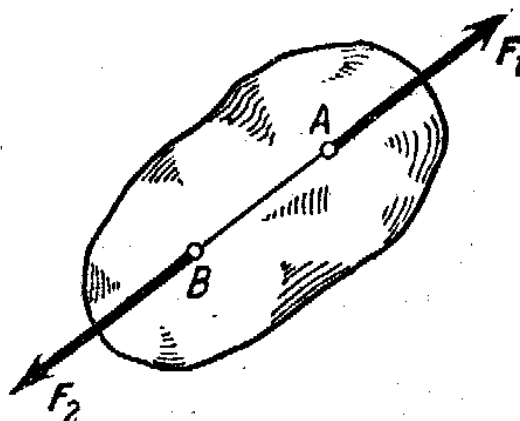


Рис.1.4.

АКСИОМА 2: О ДОБАВЛЕНИИ (ОТБРАСЫВАНИИ) СИСТЕМЫ СИЛ, ЭКВИВАЛЕНТНОЙ НУЛЮ - действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил, эквивалентную нулю.

Под действием заданной системы сил и новой, полученной после добавления (отбрасывания) равновесной системы сил, тело будет двигаться (или находиться в покое) совершенно одинаково при прочих равных условиях. В частности, к любой системе сил можно добавить (отбросить) простейшую равновесную систему сил, состоящую из двух равных по модулю сил, действующих вдоль одной прямой в противоположных направлениях и приложенных в одной или разных точках твердого тела в соответствии с первой аксиомой.

Из аксиом 1 и 2 вытекают следующие следствия.

Следствие 1: действие силы на абсолютно твердое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку тела (рис.1.5).

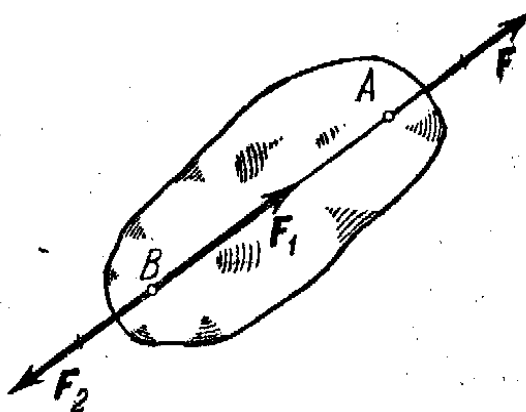


Рис.1.5.

Пусть в т. А на тело действует сила \vec{F} . Возьмем на линии ее действия произвольную т. В и в ней приложим уравновешенные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 такие, что $\vec{F}_1 = \vec{F}$, а $\vec{F}_2 = -\vec{F}$. От этого действие силы \vec{F} на тело не изменится, но силы \vec{F}_2 и \vec{F} согласно аксиоме 1 будут уравновешиваться и их можно отбросить. В результате этого, на тело будет действовать только сила \vec{F}_1 , приложенная в т. В и равная силе \vec{F} , т. е. сила, приложенная к твердому телу, представляет собой скользящий вектор.

Полученный результат справедлив только для сил, действующих на абсолютно твердое тело. При инженерных расчетах им можно пользоваться лишь тогда, когда определяются условия равновесия той или иной конструкции и не рассматриваются возникшие в ее частях внутренние усилия.

Например, изображенный на рисунке 1.6, а стержень АВ будет находиться в равновесии, если $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$. При переносе точек приложения обеих сил в какую-нибудь точку С стержня (рис.1.6, б) или при переносе точки приложения силы \vec{F}_1 в точку В, а силы \vec{F}_2 в точку А (рис.1.6, в) равновесие не нарушается. Однако внутренние усилия будут в каждом из рассмотренных случаев разными. В первом случае стержень под действием приложенных сил растягивается, во втором случае - он не напряжен, а в третьем - стержень будет сжиматься.

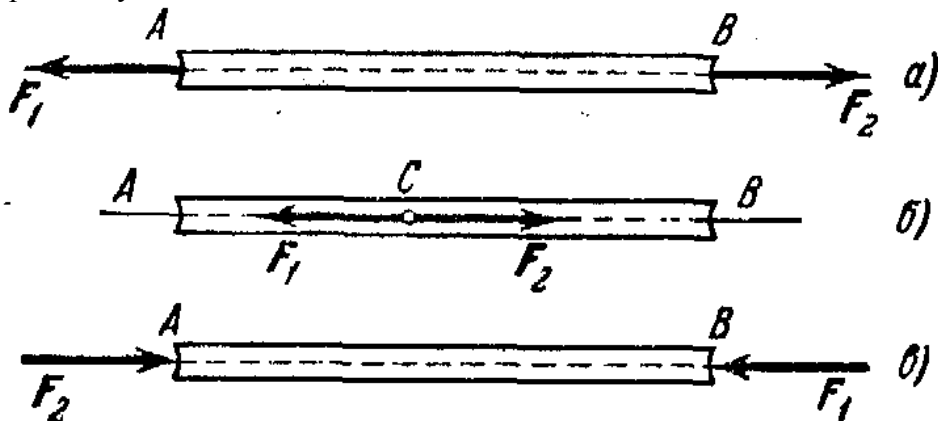


Рис.1.6.

Следствие 2: только такая система сил может иметь уравнивающую силу, которую можно привести к равнодействующей силе. Тогда уравнивающая сила численно равна и противоположно направлена этой равнодействующей силе и имеет с ней общую линию действия.

АКСИОМА 3: ПАРАЛЛЕЛОГРАММА СИЛ - система двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , приложенных в одной точке твердого тела, всегда имеет равнодействующую силу \vec{R} , которая равна векторной сумме двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (рис.1.7).

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

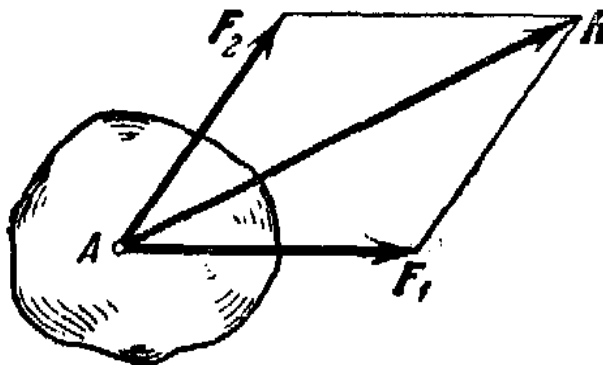


Рис.1.7.

Эта аксиома допускает и обратное утверждение: любую силу можно разложить на две силы, приложенные в любой точке линии действия данной силы.

Её долгое время в истории развития механики пытались доказать и, следовательно, считали теоремой. Тщательный анализ таких доказательств, часто очень остроумных, показал, что для этого дополнительно используются положения, которые следует принимать за аксиомы. Если силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены по одной прямой в одну или противоположные стороны, то векторное сложение переходит в алгебраическое.

Модуль равнодействующей силы как векторную сумму сил вычисляют по формуле диагонали параллелограмма:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2\vec{F}_1\vec{F}_2 \cos(\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2)}$$

Применяя теорему синусов к одному из треугольников параллелограмма, определяют синусы углов, которые образует равнодействующая \vec{R} с составляющими ее силами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 .

Более предпочтительным способом определения числового значения и направления равнодействующей силы по отношению к каким-либо прямоугольным осям координат является метод проекций, который особенно удобен в случае векторного сложения более чем двух сил. Этот метод рассматривается дальше, при изучении систем сходящихся сил.

АКСИОМА 4: О РАВЕНСТВЕ ДЕЙСТВИЯ И ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ - один из основных законов классической механики, сформулированный Ньютоном: *всякое действие вызывает равное и прямо противоположное противодействие* (рис.1.8).

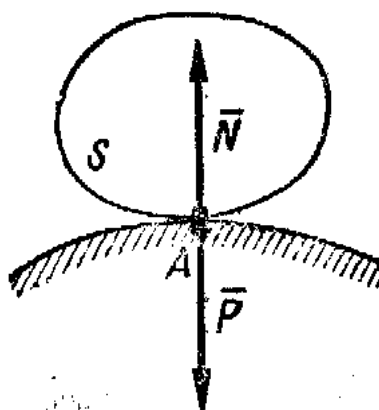


Рис.1.8.

Допустим, что тело S давит на другое тело с силой \vec{P} , а последнее, в свою очередь действует на первое в т. А с силой \vec{N} . Силы эти равны, противоположны по направлению, но приложены к различным телам. В одной геометрической точке А совпадают как бы две материальные точки: одна принадлежит одному из взаимодействующих тел, а другая - другому. Поэтому действие и противодействие, очевидно, не образуют системы сил, эквивалентной нулю. К ним нельзя применять первую аксиому статики, так как они приложены к различным телам.

АКСИОМА 5: ПРИНЦИП ОТВЕРДЕВАНИЯ - *равновесие изменяемого (деформируемого) тела, находящегося под действием данной системы сил, не нарушается, если тело считать отвердевшим (абсолютно твердым).*

Например, ясно, что равновесие цепи не нарушится, если ее звенья считать сваренными между собой и так далее.

Принцип отвердевания широко используется в инженерных расчетах. Он позволяет при составлении условий равновесия рассматривать любое изменяемое тело (ремень, трос, цепь и т. п.) или любую изменяемую конструкцию как абсолютно жесткие