

УДК 519.2  
ББК 22.17  
Д42

А

*Серия основана в 2010 г.*

**Джонсон Н. Л.**

Д42 Одномерные непрерывные распределения : в 2 ч. Ч. 1 / Н. Л. Джонсон, С. Коц, Н. Балакришнан ; пер. 2-го англ. изд. — 5-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 706 с. — (Теория вероятностных распределений). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-654-4 (Ч. 1)

ISBN 978-5-93208-653-7

Приводятся необходимые общие сведения из теории непрерывных одномерных распределений, описан ряд их важных общих классов. Подробно излагаются свойства девяти семейств базовых распределений (нормального, логнормального, Коши, Вейбулла, хи-квадрат, гамма-, обратного гауссовского, Парето). Важно, что издание снабжено обширной библиографией, таблицами и графиками, необходимыми для активной работы с соответствующими семействами распределений.

**УДК 519.2**

**ББК 22.17**

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Одномерные непрерывные распределения : в 2 ч. Ч. 1 / Н. Л. Джонсон, С. Коц, Н. Балакришнан ; пер. 2-го англ. изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 703 с. : ил. — (Теория вероятностных распределений). — ISBN 978-5-94774-469-9 (Ч. 1); ISBN 978-5-94774-468-2.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

Copyright© 1994 by John Wiley & Sons, Inc.  
All Rights Reserved.

This EBook is published under license  
with the original publisher  
John Wiley & Sons, Inc.

**ISBN 978-5-93208-654-4 (Ч. 1)**

**ISBN 978-5-93208-653-7**

© Лаборатория знаний, 2021

А

# Оглавление

<b>Предисловие редактора перевода</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>Предисловие</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>Глава 12. Непрерывные распределения (общие сведения)</b> . . . . .	<b>9</b>
1. Введение . . . . .	9
2. Порядковые статистики . . . . .	14
3. Теория плотностей распределения . . . . .	21
4. Системы распределений . . . . .	22
4.1. Семейство распределений Пирсона . . . . .	23
4.2. О разложениях плотностей распределения . . . . .	31
4.3. Распределения преобразованных случайных величин . . . . .	38
4.4. Распределения, выражающиеся через функции Бесселя . . . . .	55
4.5. О других преобразованиях . . . . .	58
5. Разложение Корниша—Фишера . . . . .	68
6. Замечание о характеристизации семейств распределений . . . . .	71
Список литературы . . . . .	72
<b>Глава 13. Нормальное распределение</b> . . . . .	<b>83</b>
1. Определение и таблицы . . . . .	83
2. Исторические замечания . . . . .	88
3. Моменты и другие характеристики распределения . . . . .	91
4. Порядковые статистики . . . . .	95
5. Рекордные значения . . . . .	100
6. Характеризации . . . . .	102
7. Аппроксимации и алгоритмы . . . . .	112
8. Оценивание . . . . .	124
8.1. Оценивание параметра $\xi$ . . . . .	124
8.2. Оценивание параметра $\sigma$ . . . . .	128
8.3. Оценивание функций от параметров $\xi$ и $\sigma$ . . . . .	139
8.4. Оценивание на основании цензурированных данных . . . . .	145
9. Датчики случайных чисел . . . . .	150
9.1. Метод Бокса—Мюллера . . . . .	151
9.2. Усовершенствование, предложенное Марсалья и Брэем . . . . .	151

9.3. Метод просеяния . . . . .	152
9.4. Метод Аренса—Дитера . . . . .	153
10. Распределения, связанные с нормальным . . . . .	154
10.1. Усеченное нормальное распределение . . . . .	154
10.2. Смеси . . . . .	161
10.3. Другие распределения, связанные с нормальным . . . . .	166
Список литературы . . . . .	171
<b>Глава 14. Логнормальное распределение . . . . .</b>	<b>203</b>
1. Введение . . . . .	203
2. Историческая справка . . . . .	205
3. Моменты и другие характеристики распределения . . . . .	207
4. Оценивание . . . . .	216
4.1. Параметр $\theta$ известен . . . . .	216
4.2. Параметр $\theta$ неизвестен . . . . .	218
4.3. Графические методы оценивания . . . . .	231
5. Таблицы и графики . . . . .	232
6. Приложения . . . . .	234
7. Цензурирование и усеченное логнормальное распределение. Родственные законы . . . . .	236
8. Свертка нормального и логнормального распределений . . . . .	243
Список литературы . . . . .	245
<b>Глава 15. Семейство обратно гауссовских распределений (распреде- лений Вальда) . . . . .</b>	<b>253</b>
1. Введение . . . . .	253
2. Генезис . . . . .	254
3. Определения . . . . .	255
4. Моменты . . . . .	256
5. Свойства обратно гауссовского распределения . . . . .	260
6. Оценка параметров . . . . .	264
7. Усеченные распределения — оценка параметров . . . . .	271
7.1. Двусторонне усеченное распределение . . . . .	271
7.2. Одностороннее усечение левого хвоста . . . . .	272
7.3. Одностороннее усечение правого хвоста . . . . .	273
8. Условные математические ожидания оценок семиинвариантов . . . . .	273
9. Родственные распределения . . . . .	276
9.1. Случайная величина, обратная к обратно гауссовской . . . . .	276
9.2. Распределение Бирнбаума—Сондерса . . . . .	277
9.3. Обобщенное обратно гауссовское распределение . . . . .	278
9.4. Смеси распределений $IG(\mu, \lambda)$ и комплементарных обратных распределений . . . . .	280
9.5. Другие родственные распределения . . . . .	281
10. Таблицы . . . . .	283
11. Приложения . . . . .	284
Список литературы . . . . .	286

Глава 16. <b>Распределение Коши</b> . . . . .	291
1. Историческая справка . . . . .	291
2. Определение и свойства . . . . .	292
3. Порядковые статистики . . . . .	296
4. Методы оценивания . . . . .	299
4.1. Методы, основанные на порядковых статистиках . . . . .	299
4.2. Оценивание методом максимального правдоподобия . . . . .	304
4.3. Условное оценивание . . . . .	308
4.4. Байесовское оценивание . . . . .	309
4.5. Другие методы оценивания . . . . .	311
5. Генезис распределения Коши и области его применения . . . . .	312
6. Характеризации . . . . .	315
7. Алгоритмы моделирования . . . . .	317
7.1. Алгоритм Монахана . . . . .	317
7.2. Метод принятия-дополнения Кронмалля—Петерсона . . . . .	319
7.3. Алгоритм Аренса—Дитера . . . . .	320
8. Родственные распределения . . . . .	322
Список литературы . . . . .	324
Глава 17. <b>Гамма-распределение</b> . . . . .	331
1. Определение . . . . .	331
2. Моменты и другие характеристики распределения . . . . .	332
3. Генезис гамма-распределения и области его применения . . . . .	336
4. Таблицы и вычислительные алгоритмы . . . . .	338
5. Методы аппроксимации и моделирования случайных величин, подчиненных гамма-распределению . . . . .	340
6. Характеризация гамма-распределения . . . . .	343
7. Оценивание параметров гамма-распределения . . . . .	349
7.1. Случай трех неизвестных параметров . . . . .	350
7.2. Случай нескольких неизвестных параметров . . . . .	354
7.3. Оценивание параметра формы ( $\beta$ и $\gamma$ известны) . . . . .	361
7.4. Порядковые статистики и оценки, основанные на порядковых статистиках . . . . .	363
8. Распределения, производные от гамма-распределения . . . . .	373
8.1. Усеченное гамма-распределение . . . . .	373
8.2. Смешанное гамма-распределение . . . . .	375
8.3. Преобразованное гамма-распределение . . . . .	376
8.4. Свертка гамма-распределений . . . . .	377
8.5. Конечная смесь гамма-распределений . . . . .	379
8.6. Отраженное гамма-распределение . . . . .	380
8.7. Обобщенное гамма-распределение . . . . .	381
Список литературы . . . . .	391
Глава 18. <b>Распределение хи-квадрат и распределение Рэлея</b> . . . . .	407
1. Исторические замечания . . . . .	407
2. Определение . . . . .	409
3. Моменты и другие характеристики распределения . . . . .	410

4. Таблицы и номограммы . . . . .	415
5. Методы аппроксимации и вычислительные алгоритмы . . . . .	418
6. Характеризации . . . . .	432
7. Алгоритмы моделирования . . . . .	434
8. Распределение линейных комбинаций . . . . .	435
9. Распределения, производные от $\chi^2$ -распределения . . . . .	441
10. О некоторых исследованиях, посвященных распределению Рэля . . . . .	446
10.1. Историческая справка . . . . .	446
10.2. Основные свойства . . . . .	447
10.3. Порядковые статистики и другие характеристики распределения . . . . .	449
10.4. Оценивание масштабного параметра . . . . .	451
10.5. Предсказание . . . . .	462
10.6. Рекордные значения и сопутствующие результаты . . . . .	463
10.7. Родственные распределения . . . . .	466
Список литературы . . . . .	469
<b>Глава 19. Экспоненциальное распределение . . . . .</b>	<b>481</b>
1. Определение . . . . .	481
2. Генезис . . . . .	482
3. Исторические замечания . . . . .	483
4. Моменты и производящие функции . . . . .	485
5. Приложения . . . . .	485
6. Порядковые статистики . . . . .	486
7. Оценивание . . . . .	492
7.1. Классическое оценивание . . . . .	492
7.2. Группированные данные . . . . .	495
7.3. Оценки, использующие избранные квантили . . . . .	496
7.4. Оценивание квантилей . . . . .	507
7.5. Байесовское оценивание . . . . .	508
7.6. Другие способы оценивания . . . . .	511
8. Характеризации экспоненциального распределения . . . . .	520
8.1. Характеризации, основанные на свойстве отсутствия памяти и на распределении порядковых статистик . . . . .	522
8.2. Характеризации на основе условных математических ожиданий (регрессия) . . . . .	525
8.3. Рекордные значения . . . . .	529
8.4. Другие результаты . . . . .	529
8.5. Устойчивость . . . . .	530
9. Смеси экспоненциальных распределений . . . . .	532
10. Родственные распределения . . . . .	536
Список литературы . . . . .	541
<b>Глава 20. Распределение Парето . . . . .</b>	<b>557</b>
1. Введение . . . . .	557
2. Генезис . . . . .	557

3. Определения . . . . .	558
4. Моменты и другие характеристики распределения . . . . .	560
4.1. Моменты . . . . .	560
4.2. Другие меры расположения . . . . .	561
4.3. Меры неравенства . . . . .	561
5. Оценивание параметров . . . . .	563
5.1. Оценки наименьших квадратов . . . . .	563
5.2. Оценки, полученные методом моментов . . . . .	563
5.3. Оценки максимума правдоподобия . . . . .	564
5.4. Оценивание с использованием порядковых статистик . . . . .	567
5.5. Последовательное оценивание . . . . .	570
5.6. Минимаксное оценивание . . . . .	571
5.7. Оценивание плотности распределения Парето . . . . .	571
5.8. Оценивание квантилей распределения Парето . . . . .	573
5.9. Цензурированные данные . . . . .	575
5.10. Байесовское оценивание . . . . .	576
6. Оценивание кривой Лоренца и коэффициента Джини . . . . .	577
7. Разнообразные задачи . . . . .	579
8. Порядковые статистики и рекордные значения . . . . .	581
8.1. Порядковые статистики . . . . .	581
8.2. Рекордные значения . . . . .	583
9. Характеризации распределения Парето . . . . .	584
10. Произведения и частные случайных величин, подчиненных распределению Парето . . . . .	587
11. Приложения и родственные распределения . . . . .	589
12. Обобщенное распределение Парето . . . . .	595
Список литературы . . . . .	600
<b>Глава 21. Распределение Вейбулла . . . . .</b>	<b>607</b>
1. Историческая справка . . . . .	607
2. Определение . . . . .	608
3. Порядковые статистики . . . . .	615
4. Методы оценивания . . . . .	618
4.1. Оценивание методом моментов . . . . .	619
4.2. Наилучшие линейные несмещенные оценки . . . . .	621
4.3. Асимптотически наилучшие линейные несмещенные оценки . . . . .	624
4.4. Оценивание по минимуму квантильного расстояния . . . . .	628
4.5. Модифицированные моментные оценки . . . . .	629
4.6. Оценки максимального правдоподобия . . . . .	632
4.7. Модифицированные оценки максимального правдопо- добия . . . . .	636
4.8. Байесовские и сжимающие оценки . . . . .	638
5. Толерантные границы и интервалы . . . . .	639
6. Прогнозные границы и интервалы . . . . .	643
7. Рекордные значения . . . . .	647

8. Таблицы и графики . . . . .	650
9. Характеризации . . . . .	652
10. Алгоритмы моделирования . . . . .	656
11. Приложения . . . . .	658
12. Родственные распределения . . . . .	660
Список литературы . . . . .	668
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>693</b>