

УДК 519.863

П433

Авторы: А.К. Погодаев, С.Л. Блюмин, С.П. Миловидов, А.С. Сысоев

Рецензенты: кафедра «Информационные системы и защита информации»

Тамбовского государственного технического университета

(зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. Громов Ю.Ю.);

Рубан А.И., д-р техн. наук, проф., заслуженный деятель науки РФ,  
зав. кафедрой информатики Института космических и информационных технологий  
Сибирского федерального университета

**Погодаев, А.К.**

П433 Оптимизация. Псевдообращение. Итерации и рекурсии [Текст]: учебное пособие / А.К. Погодаев, С.Л. Блюмин, С.П. Миловидов, А.С. Сысоев. – Липецк: Изд-во Липецкого государственного технического университета, 2015. – 193 с.

**ISBN 978-5-88247-741-6**

В пособии систематически описаны элементы теории математического программирования, определение, примеры, свойства и алгоритмы псевдообращения, а также постановка и решение нелинейной задачи о наименьших квадратах, что приводит к рекуррентно-итерационным алгоритмам. Предназначено для студентов направлений, получающих углублённую математическую подготовку, и связано с решением широкого круга задач. Включённый в пособие материал будет полезен также инженерам, аспирантам, научным работникам, применяющим в расчётах математические методы; для них пособие может служить и в качестве справочника. В доступной для начинающих форме изложены важнейшие, наиболее часто используемые определения, свойства и примеры задач оптимизации, удобные в вычислительном отношении, пригодные для непосредственной реализации алгоритмы.

*Рекомендовано УМС ЛГТУ в качестве учебного пособия для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки ВПО 01.03.04 «Прикладная математика», магистров по направлениям 01.04.04 «Прикладная математика», 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника».*

УДК 519.863

П433

**ISBN 978-5-88247-741-6**

© ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», 2015

© Погодаев А.К., Блюмин С.Л., Миловидов С.П., Сысоев А.С., 2015

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	4
<b>Глава I. Основы оптимизации</b> .....	7
§ 1. Задачи математического программирования .....	7
§ 2. Безусловная оптимизация.....	14
§ 3. Классическая задача математического программирования.....	19
§ 4. Нелинейное программирование .....	30
§ 5. Пример численного решения задачи многомерной нелинейной оптимизации.....	49
<b>Глава II. Алгоритмы псевдообращения</b> .....	65
§ 6. Определение псевдообратной матрицы.....	70
§ 7. Свойства псевдообратных матриц.....	74
§ 8. Рекуррентные алгоритмы псевдообращения .....	79
§ 9. Примеры нахождения псевдообратных матриц .....	81
§ 10. Системы линейных уравнений и метод наименьших квадратов ..	89
<b>Глава III. Итерации и рекурсии</b> .....	100
§ 11. Общая классификация алгоритмов оптимизации .....	113
§ 12. Нелинейная оптимизация: итерационные процедуры .....	123
§ 13. Линейный метод наименьших квадратов: рекуррентные процедуры .....	132
§ 14. Нелинейный метод наименьших квадратов: рекуррентно-итерационные процедуры .....	143
<b>Задания и упражнения</b> .....	159
<b>Заключение</b> .....	178
<b>Библиографический список</b> .....	180

## Введение

Многие практические задачи различных сфер человеческой деятельности связаны с проблемами определения наилучшего, оптимального варианта решения. Таковы, например, задачи выбора оптимальной производственной программы предприятия, задача оптимального распределения ресурсов, транспортные задачи и так далее. Для решения задач такого рода в математической науке созданы и стремительно развиваются оптимизационные процедуры. Существует огромное количество работ, посвящённых различным сторонам математического программирования и теории оптимизации, прикладным аспектам, методам численного решения. Изучение методов оптимизации становится необходимым для практической работы специалиста любой области – будь то экономика или техника.

Название пособия как бы разделяет его на три основные части: введение в понятия оптимизации, понятие и алгоритмы псевдообращения матриц и рекуррентно-итерационные процедуры решения задач о наименьших квадратах.

В первой главе отражается стремление дать читателю развернутое, чёткое и логически связанное представление об основных понятиях теории оптимизации. Она начинается с постановки задачи оптимизации и подробно рассматривает решение её в линейном виде (задача линейного программирования). Излагаются известные классические методы отыскивания экстремумов дифференцируемых функций. Переход к задаче нелинейного программирования (нелинейной оптимизации) показывает, что линейная задача является частным случаем нелинейной. Основные теоремы доказываются с помощью теоремы Куна-Таккера. Усвоение материала облегчается последовательным применением множителей Лагранжа и их содержательной интерпретацией.