МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ: «ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ»

Учебно-методическое пособие

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2016

Введение

Понятие предела последовательности и предела функции лежит в основе современного понимания математического анализа. Умение вычислять пределы используют на протяжении всего курса математического анализа. Задачи с теоретическим содержанием позволяют глубже понимать суть вопроса. Данная методическая разработка предназначена для домашней контрольной работы. Примеры решаются с помощью основных типовых методов, изложенных в [2]. Желаем успехов.

Вариант 3

Пользуясь определением предела последовательности, доказать.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin \dfrac{n}{n+1}}{2^n} = 0,$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n+5}{2n+1} = 3.$

Вычислить пределы последовательностей.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^4-(2-n)^4}{(1-n)^3-(1+n)^3},$ 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3+1}-\sqrt{n-1}},$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} (n-\sqrt[3]{n^3-5})n\sqrt{n},$

6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n+1}-\dfrac{2n+1}{2}\right).$

Вычислить пределы функций.

7. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5},$ 8. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x^2-x}}{\sqrt[3]{x^2-1}},$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x},$ 10. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x},$

11. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)^{x^4},$ 12. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x},$

13. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x-2x},$ 14. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3+1}{\sin(x+1)},$

15. $\lim\limits_{x\to0} \left(\dfrac{1+x\cdot 2^x}{1+x\cdot 3^x}\right)^{\frac{1}{x^2}},$ 16. $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}.$

17. Доказать, что $\lim\limits_{x\to0} \cos(x-2)$ не существует.

Вариант 4

Пользуясь определением предела последовательности, доказать.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\cos(n^2-1)}{\ln n} = 0,$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n-5}{3n+1} = \dfrac{2}{3}.$

Вычислить пределы последовательностей.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-n)^4-(1+n)^4}{(1+n)^3-(1-n)^3},$ 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}+7n^2}{\sqrt[4]{n^8++n+1}-n},$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)}-\sqrt{n^4-9}\right),$ 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}.$

Вычислить пределы функций.

7. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2},$ 8. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9},$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-cos2x}{\cos 7x-\cos 3x},$ 10. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2},$

11. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2},$ 12. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\operatorname{tg} x-\operatorname{tg} 2}{\sin\ln(x-1)},$

13. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin 2x-\sin x},$ 14. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\operatorname{tg} x-\operatorname{tg} a}{\ln x-\ln a},$

15. $\lim\limits_{x\to0} (2-3^x)^{\frac{2}{\sin x}},$ 16. $\lim\limits_{x\to2} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2}\right)^{\frac{1}{x-2}}.$

17. Доказать, что $\lim\limits_{x\to0} \cos\dfrac{1}{x}$ не существует.

Вариант 5

Пользуясь определением предела последовательности, доказать.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\operatorname{tg}\left(1-\dfrac{1}{n}\right)}{\sqrt{n+1}} = 0,$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7n-1}{n+1} = 7.$

Вычислить пределы последовательностей.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(6-n)^2-(6+n)^2}{(6+n)^2-(1-n)^2},$ 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{3n-1}-\sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[5]{n}-n},$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{(n^5-8)}-n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}},$ 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}.$

Вычислить пределы функций.

7. $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x},$ 8. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8},$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))},$ 10. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1+\cos\pi x}{\operatorname{tg}^2\pi x},$

11. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2},$ 12. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{e^{\operatorname{tg}2x}-e^{-\sin 2x}}{1-\sin x},$

13. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{3^{2x}-5^{3x}}{\operatorname{arctg}x+x^3},$ 14. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1+\operatorname{tg}x}}{x^3},$

15. $\lim\limits_{x\to0} \left(\dfrac{1+\sin x\cos\alpha x}{1+\sin x\cos\beta x}\right)^{\operatorname{ctg}^3 x},$ 16. $\lim\limits_{x\to8} \left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}}.$

17. Доказать, что $\lim\limits_{x\to0}\operatorname{sgn}x$ не существует.

Вариант 6

Пользуясь определением предела последовательности, доказать.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{3^n} = 0,$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^2+1}{3n^2+2} = \dfrac{4}{3}.$

Вычислить пределы последовательностей.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^3-(n-1)^2}{(n-1)^3-(n+1)^2},$ 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt{n}-\sqrt[3]{27n^6+n^2}}{(n+\sqrt[4]{n})\sqrt{9+n^2}},$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2-3n+2}-n),$ 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+3+\dots+(2n-1)}{1+2+\dots+n}.$

Вычислить пределы функций.

7. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{(x^3-2x-1)^2}{x^4+2x+1},$ 8. $\lim\limits_{x\to16} \dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4},$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+0,5))},$ 10. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\operatorname{tg}3x}{\operatorname{tg}x},$

11. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x^2-6x+7}{3x^2+20x-1}\right)^{-x+1},$ 12. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln\sin 3x}{(6x-\pi)^2},$

13. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-e^{3x}}{\operatorname{tg}x-x^2},$ 14. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{\sin ax-\sin bx},$

15. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1-x}{\ln x},$ 16. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}x)^{\frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{4}-x\right)}}.$

17. Доказать, что $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\operatorname{tg}x}{|x|}$ не существует.

Вариант 7

Пользуясь определением предела последовательности, доказать.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{n!} = 0,$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{9-n^3}{1+2n^3} = -\dfrac{1}{2}.$

Вычислить пределы последовательностей.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2},$ 4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{4n^4+1}-\sqrt[3]{n^4-1}},$

5. $\lim\limits_{n\to\infty} (n+\sqrt[3]{4-n^3}),$ 6. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+3+\cdots+(2n-1)}{n+3}-n\right).$

Вычислить пределы функций.

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5},$ 8. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2},$

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^3 x}{4x^2},$ 10. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin^2 x-\operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4},$

11. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-3x+6}{x^2+5x+1}\right)^{\frac{x}{3}},$ 12. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x-\sin x}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^3+7}},$

13. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^5x-2^x}{x-\sin 9x},$ 14. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{e^{x^2}-1},$

15. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\ln(1+\sqrt[3]{x}))^{\frac{x}{\sin^4\sqrt[3]{x}}},$ 16. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}.$

17. Доказать, что $\lim\limits_{x\to 0} x\sin x$ не существует.

ŋqdqɏeɎ bɆ dədɆbɎзə d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɏè