

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Соликамский государственный педагогический институт»

Б. А. Абремский

**Преобразования
евклидовой
плоскости в упражнениях**

Учебно-методическое пособие

Соликамск

СГПИ

2011

Содержание

Предисловие	7
Введение	9
Глава I. Общие вопросы теории геометрических преобразований	14
§ 1. Отображения и преобразования	14
§ 2. Примеры преобразований плоскости	21
2. 1. Параллельный перенос	21
2. 2. Поворот (вращение)	23
2. 3. Центральная симметрия	26
2. 4. Осевая симметрия	28
2. 5. Гомотетия	30
§ 3. Отыскание образа фигуры при заданном преобразовании	32
§ 4. Композиция отображений	37
§ 5. Обратное преобразование	44
§ 6. Инвариантные точки и инвариантные прямые	48
Глава II. Движения плоскости	53
§ 7. Движения (перемещения) плоскости и их свойства	53
§ 8. Отыскание образа фигуры при заданном движении	63
8. 1. Задачи на отыскание образа фигуры	63
8. 2. Задачи на отыскание образа точки	67
§ 9. Теорема о подвижности плоскости	71
§ 10. Аналитическое выражение движений	75
§ 11. Движения первого и второго рода	77
§ 12. Классификация движений	82
§ 13. Равенство (конгруэнтность) фигур	87

§ 14. Применение движений к решению задач на вычисление и доказательство. – Вспомогательные построения	92
§ 15. Применение движений к решению задач на доказательство. – Переформулирование цели задачи	95
§ 16. Применение движений к решению задач на построение	106
16. 1. Сближение элементов искомой фигуры	107
16. 2. Построение точки пересечения фигуры и образа фигуры	110
16. 3. Пополнение множества известных точек	112
16. 4. Построение прообраза искомой фигуры	114
16. 5. Прием спрямления в задачах на оптимизацию	117
§ 17. Применение движений к построению графиков	119
§ 18. Исследование композиции движений	122
§ 19. Разные задачи	130
Глава III. Преобразования подобия	133
§ 20. Гомотетия	133
§ 21. Преобразования подобия	145
§ 22. Виды преобразований подобия	152
22. 1. Центральное-подобное вращение	153
22. 2. Центральное-подобная симметрия	154
§ 23. Аналитическое выражение преобразований подобия	156
§ 24. Подобия первого и второго рода	160
§ 25. Классификация преобразований подобия	162
§ 26. Подобие фигур	169
§ 27. Применение преобразований подобия к решению задач на доказательство	173
§ 28. Применение преобразований подобия к решению задач на построение	184

28. 1. Построение точки пересечения данной фигуры и образа другой данной фигуры	185
28. 2. Пополнение множества известных точек	187
28. 3. Приём подобия	189
§ 29. Разные задачи	196
Глава IV. Аффинные преобразования	199
§ 30. Аффинные преобразования и их свойства	199
§ 31. Теорема об аффинной подвижности плоскости (Ос- новная теорема об аффинных преобразованиях)	202
§ 32. Аналитическое выражение аффинных преобразований	207
§ 33. Примеры аффинных преобразований плоскости	211
33. 1. Косое сжатие	211
33. 2. Сдвиг	214
33. 3. Каноническая композиция косых сжатий	216
33. 4. Композиция косого сжатия и параллельного переноса	217
33. 5. Композиция сдвига и параллельного переноса	219
33. 6. Композиция сдвига и гомотетии	220
§ 34. Аффинно-эквивалентные фигуры	224
§ 35. Дальнейшие свойства аффинных преобразований	228
§ 36. Применение аффинных преобразований к решению за- дач на доказательство. – Переформулирование цели задачи	235
§ 37. Применение аффинных преобразований к решению за- дач на доказательство и вычисление. – Перенос аффинных свойств с одной фигуры на другую	238
§ 38. Применение аффинных преобразований к решению за- дач на построение	243
38. 1. Построение точки пересечения данной фигуры и образа другой данной фигуры	243
38. 2. Пополнение множества известных точек	245