

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ    ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ    ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ  
ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА    МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

**А. Г. КУСРАЕВ**  
**С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ**

СУБДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ  
ИСЧИСЛЕНИЕ:  
ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

МОСКВА «НАУКА»  
2006

УДК 517.98  
К 94

Ответственный редактор  
академик *Ю. Г. РЕШЕТНЯК*

Рецензенты:  
доктор физико-математических наук *Г. Г. МАГАРИЛ-ИЛЬЯЕВ*,  
доктор физико-математических наук *С. А. МАЛЮГИН*

**Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С.**

Субдифференциальное исчисление: Теория и приложения.—М.: Наука, 2006.—560 с.

В монографии изложены основные результаты нового раздела функционального анализа — субдифференциального исчисления. Широко представлен современный инструментарий этой области: техника пространств Канторовича, методы булевозначного и инфинитезимального анализа. Наряду с аналитическими вопросами большое место уделено технике вывода критериев оптимальности для выпуклых экстремальных задач, включая важные для приложений вопросы характеристики приближений к оптимальным решениям и значениям.

Впервые книга вышла в 1992 г. в Сибирском отделении издательства «Наука». В 1995 г. издательство Kluwer Academic Publishers выпустило в свет расширенный перевод книги, который и стал основой для настоящего издания.

Книга предназначена для математиков, интересующихся современным аппаратом негладкого анализа и его приложениями.

- © Российская академия наук, 2006
- © Издательство «Наука»  
(художественное оформление), 2006
- © Институт прикладной математики  
и информатики ВНИИ РАН, 2006
- © Институт математики СО РАН, 2006
- © А. Г. Кусраев, 2006
- © С. С. Кутателадзе, 2006

# Оглавление

|  |            |
|--|------------|
| <b>Предисловие</b> . . . . .   | <b>5</b>   |
| <b>Глава 1. Выпуклые соответствия и операторы</b> . . . . .                      | <b>9</b>   |
| 1.1. Выпуклые множества . . . . .  | 10         |
| 1.2. Выпуклые соответствия . . . . .   | 21         |
| 1.3. Выпуклые операторы . . . . .  | 30         |
| 1.4. Вееры и линейные операторы . . . . .  | 42         |
| 1.5. Системы выпуклых объектов . . . . .   | 53         |
| 1.6. Решеточно нормированные пространства . . . . .                              | 62         |
| 1.7. Комментарии . . . . .   | 74         |
| <b>Глава 2. Геометрия субдифференциалов</b> . . . . .                            | <b>80</b>  |
| 2.1. Метод канонического оператора . . . . .                                     | 80         |
| 2.2. Экстремальная структура субдифференциалов . . . . .                         | 94         |
| 2.3. Субдифференциалы операторов, действующих в модулях . . . . .                | 106        |
| 2.4. Внутреннее строение субдифференциалов . . . . .                             | 119        |
| 2.5. Шапки и грани . . . . .   | 130        |
| 2.6. Субдифференциалы, порождаемые суммами<br>решеточных гомоморфизмов . . . . . | 140        |
| 2.7. Комментарии . . . . .   | 152        |
| <b>Глава 3. Выпуклость и открытость</b> . . . . .                                | <b>158</b> |
| 3.1. Открытость выпуклых соответствий . . . . .                                  | 159        |
| 3.2. Метод общего положения . . . . .  | 170        |
| 3.3. Исчисление поляр . . . . .  | 183        |
| 3.4. Двойственная характеристика открытости . . . . .                            | 196        |
| 3.5. Открытость и полнота . . . . .  | 204        |
| 3.6. Решета, совершенные ткани и принцип открытости . . . . .                    | 213        |
| 3.7. Комментарии . . . . .   | 224        |
| <b>Глава 4. Аппарат субдифференциального исчисления</b> . . . . .                | <b>229</b> |
| 4.1. Преобразование Юнга — Фенхеля . . . . .                                     | 230        |
| 4.2. Формулы субдифференцирования . . . . .                                      | 242        |
| 4.3. Инволютивность преобразования Юнга — Фенхеля . . . . .                      | 253        |
| 4.4. Операторы Магарам . . . . .   | 263        |
| 4.5. Дезинтегрирование . . . . .   | 272        |
| 4.6. Инфинитезимальные субдифференциалы . . . . .                                | 283        |
| 4.7. Комментарии . . . . .   | 296        |