



<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- техника

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (01-01-00511), Программы «Университеты России — фундаментальные исследования» (015.03.01.025) и Конкурсного центра по исследованиям в области фундаментального естествознания, Санкт-Петербург.

Азбелев Н. В., Максимов В. П., Рахматуллина Л. Ф.

Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения. — Москва: Институт компьютерных исследований, 2002, 384 стр.

Дается систематическое изложение основ теории линейного абстрактного функционально-дифференциального уравнения. Эта теория позволяет рассматривать с единой точки зрения многочисленные классы уравнений, изучавшихся ранее вне связи друг с другом, в частности, уравнений с сингулярностями, с импульсными воздействиями, интегро-дифференциальных, с отклоняющимся аргументом, некоторые возмущения уравнения Пуассона . . .

Теоремы общей теории открывают новые возможности для вычислительного эксперимента в изучении краевых задач, задач управления и минимизации квадратичного функционала в различных пространствах.

Отдельная глава посвящена нелинейным уравнениям и краевым задачам, а также задаче минимизации нелинейных функционалов.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов математических факультетов, интересы которых связаны с дифференциальными и функционально-дифференциальными уравнениями.

ISBN 5-93972-112-5

© Н. В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина, 2002

© Институт компьютерных исследований, 2002

© ЗАО «Прогноз», 2002

<http://rcd.ru>

Оглавление

От авторов	7
Предисловие	8
ГЛАВА I. Линейное абстрактное функционально-дифференциальное уравнение	12
§ 1.1. Предварительные сведения из теории уравнений в банаховом пространстве	12
§ 1.2. Линейное уравнение и линейная краевая задача	17
§ 1.3. Оператор Грина	25
§ 1.4. Краевые задачи, не являющиеся всюду и однозначно разрешимыми	32
§ 1.5. Непрерывная зависимость решения краевой задачи от параметров	42
ГЛАВА II. Уравнения в традиционных пространствах	53
§ 2.1. Уравнения в пространстве абсолютно непрерывных функций	54
2.1.1. Уравнение с отклоняющимся аргументом и его обобщения	54
2.1.2. Матрица Грина	59
2.1.3. Уравнения с последствием	64
2.1.4. Задача управления	69
§ 2.2. Уравнения в пространстве скалярных функций с абсолютно непрерывной производной $(n - 1)$ -го порядка	77
2.2.1. Уравнения n -го порядка	77
2.2.2. Условия монотонности оператора Грина	84
2.2.3. P -свойство	89
§ 2.3. Уравнения в пространствах функций, определенных на полуоси	96
2.3.1. Линейное многообразие решений	97
2.3.2. Банахово пространство решений	102

2.3.3. Применение W -метода	106
§ 2.4. Уравнения с обобщенными вольтерровыми операторами	113
ГЛАВА III. Уравнения в конечномерных расширениях традиционных пространств	123
§ 3.1. Уравнения в пространстве кусочно абсолютно непрерывных функций	124
§ 3.2. Уравнения n -го порядка с импульсными воздействиями	134
§ 3.3. Многоточечная краевая задача для уравнения Пуассона и его возмущений	142
3.3.1. К постановке задачи	142
3.3.2. Построение пространства \mathbf{D}	144
3.3.3. Многоточечная краевая задача в пространстве \mathbf{D}	146
ГЛАВА IV. Сингулярные уравнения	150
§ 4.1. Уравнение $(t - a)(b - t)\ddot{x}(t) - (Tx)(t) = f(t)$	151
4.1.1. Пространство \mathbf{D}_π	151
4.1.2. Уравнение с изотонным оператором T	156
4.1.3. Общий случай уравнения	163
§ 4.2. Внутренние сингулярности	170
§ 4.3. Уравнение химического реактора	176
ГЛАВА V. Минимизация квадратичного функционала	182
§ 5.1. Критерий существования минимума квадратичного функционала	182
5.1.1. Редукция задачи в пространстве $\mathbf{D} \simeq \mathbf{L}_2 \times \mathbf{R}^n$ к задаче в пространстве \mathbf{L}_2	183
5.1.2. Доказательство теоремы 1.1	186
5.1.3. Элементарный пример	188
§ 5.2. Признаки существования минимума функционала	191
5.2.1. Некоторые свойства самосопряженных операторов в пространстве \mathbf{L}_2	191
5.2.2. Теорема Валле-Пуссена	194
5.2.3. Примеры	197
ГЛАВА VI. Конструктивное исследование линейных задач. (Доказательный вычислительный эксперимент в исследовании линейных задач)	210
§ 6.1. Общая конструктивная теорема о разрешимости краевой задачи	211

§ 6.2. Краевая задача для уравнений в пространстве абсолютно непрерывных функций	215
6.2.1. Обозначения и определения	215
6.2.2. Краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений	217
6.2.3. Краевая задача для системы дифференциальных уравнений с сосредоточенным запаздыванием	225
§ 6.3. Краевая задача в пространстве кусочно абсолютно непрерывных функций	232
§ 6.4. Краевая задача для сингулярного уравнения	234
§ 6.5. Матрица Коши и апостериорные оценки погрешности	241
§ 6.6. Другие применения конструктивных методов	246
6.6.1. Краевые задачи с неравенствами	246
6.6.2. Задача управления	249
6.6.3. Исследование асимптотических свойств решений периодических систем с запаздыванием	253
ГЛАВА VII. Нелинейные уравнения	257
§ 7.1. Уравнения с монотонными операторами	258
7.1.1. Теоремы о «вилке»	258
7.1.2. Редукция краевой задачи к уравнению с изотонным (антитонным) оператором	261
7.1.3. Теоремы типа теоремы Нагумо	263
§ 7.2. Приводимость уравнений	271
7.2.1. Приводимость в пространстве D абсолютно непрерывных функций	271
7.2.2. Приводимость абстрактного уравнения	279
§ 7.3. Априорные неравенства	285
7.3.1. Понятие априорного неравенства	285
7.3.2. Одна схема построения априорного неравенства и ее реализация с использованием мажорантной задачи Коши	289
§ 7.4. Нелинейные краевые задачи	297
§ 7.5. Эффективные достаточные условия существования минимума функционала	304
7.5.1. Основная теорема	304
7.5.2. Эффективные признаки	308
7.5.3. Примеры	311

§ 7.6. Приводимые стохастические функционально-дифференциальные уравнения	316
7.6.1. Обозначения и предварительные результаты . . .	316
7.6.2. Свойства приводимых стохастических функционально-дифференциальных уравнений	320
7.6.3. Конкретные классы приводимых стохастических функционально-дифференциальных уравнений по семимартингалам	327
7.6.3.1. Стохастическое обыкновенное дифференциальное уравнение по семимартингалу .	327
7.6.3.2. Стохастические уравнения с запаздыванием	329
7.6.3.3. Интегро-дифференциальные уравнения .	330
7.6.3.4. Стохастическое функционально-дифференциальное уравнение нейтрального типа .	334
Дополнение	337
Д.1. Об оценке спектрального радиуса линейного оператора в пространстве непрерывных функций	337
Д.2. Один признак полной непрерывности линейного интегрального оператора в пространстве суммируемых функций	340
Д.3. Оператор внутренней суперпозиции	342
Д.3.1. Условия непрерывности оператора внутренней суперпозиции	342
Д.3.2. Условия сильной сходимости последовательности операторов внутренней суперпозиции	352
Д.4. Теорема Валле-Пуссена	356
Литература	364
Предметный указатель	382