

---

Интернет-магазин  
**MAFESS**  
<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - техника
- 

**Ламб Г.**

Гидродинамика. Том I. — Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003, 452 стр.

Репринтное издание (оригинальное издание: М.–Л.: ОГИЗ — Государственное издательство технико–теоретической литературы, 1947 г.).

**ISBN 5-93972-229-6**

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003

<http://rcd.ru>

**Ламб Горас (Гораций)**

## **ГИДРОДИНАМИКА**

**ТОМ I**

*Дизайнер М. В. Ботя*

*Редактор Н. А. Слезкин*

*Технический редактор Н. А. Тумаркина*

---

Подписано в печать 25.12.02. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печать офсетная. Бумага офсетная №1.

Усл. печ. л. 26,27. Уч. изд. л. 26,62.

Гарнитура Таймс. Заказ №90.

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»  
426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 03.04.00.

<http://rcd.ru> E-mail: [borisov@rcd.ru](mailto:borisov@rcd.ru)

---

# ОГЛАВЛЕНИЕ

## Г л а в а I

### Уравнения движения

§ 1, 2. Основные свойства жидкости (11). — § 3. Две формы исследования (12). — § 4—9. Эйлерова форма уравнений движения (13). Динамические уравнения. Уравнение неразрывности. Уравнение физического состояния жидкости. Граничные условия (18). — § 10. Уравнение энергии (20). — § 10а. Перенос количества движения (22). — § 11. Мгновенно вызванное движение (23). — § 12. Уравнения, отнесенные к подвижной системе координат (25). — § 13, 14. Динамические уравнения движения и уравнение неразрывности в форме Лагранжа (26). — § 15, 16. Преобразование Вебера (27). — § 16а. Уравнения в полярных координатах (29).

## Г л а в а II

### Интегрирование уравнений движения в частных случаях

§ 17. Потенциал скоростей. Теорема Лагранжа (30). — § 18, 19. Физические и кинематические свойства функции  $\varphi$  (32). — § 20. Интегрирование уравнений для потенциального движения. Уравнение давления (33). — § 21—23. Установившееся движение. Вывод уравнения давления из принципа энергии. Предельное значение скорости (34). — § 24. Истечение жидкости; сжатие струн (37). — § 24а, 25. Истечение газов (40). — § 26—29. Примеры вращающейся жидкости. Равномерное вращение. Вихрь Ранкина. Электромагнитные вращения (43).

## Г л а в а III

### Безвихревое движение

§ 30. Анализ бесконечно малого движения элемента жидкости при деформации и вращении (46). — § 31, 32. Поток и циркуляция. Теорема Стокса (48). — § 33. Независимость циркуляции от времени (51). — § 34, 35. Безвихревое движение в односвязной области; однозначность потенциала скорости (52). — § 36—39. Несжимаемая жидкость; трубка тока. Функция  $\varphi$  не имеет максимума и минимума. Скорость не имеет максимума. Среднее значение функции  $\varphi$  на сферической поверхности (53). —

§ 40, 41. Условия, определяющие функцию  $\varphi$  (57). — § 42–46. Теорема Грина; динамическая интерпретация. Формула для кинетической энергии. Теорема Кельвина о минимуме энергии (60). — § 47, 48. Многосвязные области; замкнутые кривые и сечения (66). — § 49–51. Безвихревое движение в многосвязных областях; многозначность потенциала скорости; циклические постоянные (68). — § 52. Случай несжимаемой жидкости. Условия, определяющие функцию  $\varphi$  (71). — § 53–55. Обобщение Кельвина для теоремы Грина; динамическая интерпретация; энергия безвихревого движения жидкости в циклической области (72). — § 56–58. Источники и стоки. Дублеты. Замена безвихревого движения жидкости источниками, распределенными по поверхности (76).

## Глава IV

### Плоское движение несжимаемой жидкости

§ 59. Функция тока Лагранжа (81). — § 60, 60а. Соотношение между функцией тока и потенциалом скорости. Источник в плоскости. Электрические аналогии (83). — § 61. Кинетическая энергия (86). — § 62. Связь с теорией функций комплексного переменного (86). — § 63, 64. Простейшие случаи циклического и нециклического движения. Изображение источника относительно окружности. Потенциал скорости нескольких источников (89). — § 65, 66. Формулы преобразования. Конфокальные кривые. Истечение из отверстий (93). — § 67. Общая формула. Метод Фурье (91). — § 68. Движение цилиндра без циркуляции; линии тока (97). — § 69. Движение цилиндра с циркуляцией. Подъемная сила. Траектория при постоянной силе (99). — § 70. Замечание к более общей задаче. Методы преобразований. Задача Кутта (102). — § 71. Методы преобразования. Поступательное движение цилиндра. Случай эллиптического цилиндра. Обтекание наклонной пластинки. Результирующая давления жидкости (105). — § 72. Движение жидкости, вызванное вращением твердого тела. Вращение призматического сосуда произвольного сечения. Вращение эллиптического цилиндра в безграничной жидкости; общий случай движения с циркуляцией (109). — § 72а. Представление эффекта движущегося цилиндра в жидкости диполем (113). — § 72b. Формула Блазиуса для силы воздействия потенциального потока при обтекании цилиндра. Применения; теорема Жуковского; сила, создаваемая источником (115). — § 73. Струйное течение. Метод Шварца при конформном преобразовании (118). — § 74–78. Насадок Борда. Истечение жидкости из прямоугольного отверстия. Коэффициент сжатия. Удар струи о перпендикулярную и наклонную пластинку. Вычисление сопротивления. Задача Бобылева (121). — § 79. Разрывные движения (131). — § 80. Обтекание поверхности (133).

## Глава V

### Безвихревое движение жидкости: трехмерные задачи

§ 81, 82. Специальные функции. Теория Максвелла о полюсах (135). — § 83. Уравнение Лапласа в полярных координатах (138). — § 84, 85. Зональные функции. Гипергеометрические ряды. (139). — § 86. Тессеральные и секториальные функции (143). — § 87, 88. Сопряженные поверхностные функции. Обобщения (145). — § 89. Символическая запись уравнения Лапласа. Решение в форме определенного интеграла (147). — § 90, 91. Приложение специальных функций к гидродинамике. Импульсивное давление на сферической поверхности. Условие для скорости по нормали. Энергия возникшего движения (148). — § 91a. Примеры: Сжатие сферического воздушного пузырька. Расширение сферической полости под действием внутреннего давления (150). — § 92, 93. Движение сферы в безграничной жидкости. Присоединенная масса. Сфера в жидкости с концентрической сферической границей (152). — § 94—96. Стоксовы функции тока. Выражение в сферических функциях. Линии тока на сфере. Замена сферы диполем. Распределение давления по сфере (155). — § 97. Обратный метод Ранкина (160). — § 98, 99. Движение двух сфер в жидкости; кинематические условия. Присоединенные массы (161). — § 100, 101. Цилиндрические функции. Решение уравнения Лапласа в беселевых функциях. Обобщение на произвольные функции (166). — § 102. Гидродинамические примеры. Истечение из круглого отверстия. Присоединенная масса круглого диска (169). — § 103—106. Эллипсоидальные функции для эллипсоида вращения. Решения уравнения Лапласа. Применение к движению эллипсоида вращения в жидкости (173). — § 107—109. Функции для сплющенного эллипсоида. Истечение из круглого отверстия. Линии тока при обтекании круглого диска. Поступательное и вращательное движения сплющенного эллипсоида (178). — § 110. Движение жидкости в эллипсоидальной полости (182). — § 111. Общее выражение для  $\Delta\varphi$  в ортогональных координатах (184). — § 112. Софокусные поверхности второго порядка; эллиптические координаты (185). — § 113. Истечение из эллиптического отверстия (187). — § 114—115. Поступательное и вращательное движение эллипсоида в жидкости. Коэффициент присоединенной массы (189). — § 116. Отношение к другим задачам. (194).— Добавление к главе V. Гидродинамические уравнения, отнесенные к общим ортогональным координатам (195).

## Глава VI

### Движение твердых тел в жидкости. Динамическая теория

§ 117, 118. Кинематические условия в случае, одного тела (198). — § 119. Теория импульсов (200). — § 120. Уравнения движения жидкости в системе координат, связанной с телом (202). — § 121, 121a. Кинетиче-

ская энергия. Коэффициент присоединенной массы. Представление движения жидкости вдали от тела диполям (202). — § 122, 123. Компоненты импульса. Обратные формулы (205). — § 124. Выражение для гидродинамических сил. Три постоянных направления движения; устойчивость (208). — § 125. Возможные случаи установившегося движения. Движение от импульсивной пары (211). — § 126. Гидрокинетическая симметрия (213). — § 127—129. Движение тела вращения. Устойчивость движения, параллельного оси симметрии. Влияние вращения. Другие случаи установившегося движения (216). — § 130. Движение винтовой поверхности (222). — § 131. Коэффициент присоединенной массы жидкости, заключенной в движущейся твердой оболочке (222). — § 132—134. Циклическое движение жидкости через отверстия в теле. Установившееся движение кольца; условия устойчивости (223). — § 135, 136. Уравнения Лагранжа в обобщенных координатах. Принцип Гамильтона. Применение в гидродинамике (231). — § 137, 138. Примеры. Движение сферы вблизи твердой стенки. Движение двух сфер по линии их центров (235). — § 139—141. Изменение уравнений Лагранжа в случае циклического движения; игнорирование координатами. Уравнения для вращающейся системы (238). — § 142, 143. Кинестатика. Гидродинамические силы, действующие на тело, обтекаемое ускоренным потоком (244). — § 144. Замечание к интуитивному распространению принципов динамики (249).

## Глава VII

### Вихревое движение

- § 145. Вихревая линия и вихревая нить. Кинематические свойства (249). — § 146. Постоянство вихрей. Доказательство Кельвина. Уравнения Коши, Стокса и Гельмгольца. Движение жидкости в неподвижном эллипсоидальном сосуде с постоянной угловой скоростью в каждой точке (251). — § 147. Условия, определяющие вихревое движение (257). — § 148, 149. Выражение скорости через компоненты вихря; электромагнитные аналогии. Случай изолированного вихря (258). — § 150. Потенциал скорости, создаваемый вихрями (263). — § 151. Вихревой слой (265). — § 152, 153. Количество движения и энергия вихревой системы (267). — § 154, 155. Прямолинейные вихри. Линии тока вихревой пары. Другие примеры (27э). — § 156. Исследования устойчивости одинарного и двойного вихревого ряда. Вихревая дорожка Кармана (279). — § 157. Теоремы Кирхгофа для параллельных вихрей (286). — § 158, 159. Устойчивость вихревых колец. Эллиптический вихрь Кирхгофа (288). — § 159а. Движение твердого тела во вращающейся жидкости (291). — § 160. Вихри в криволинейном слое жидкости (296). — § 161—163. Круговые вихри. Потенциал скорости и функция тока изолированного вихревого кольца. Линии тока. Импульс и энергия; скорость движения вихревого кольца (297). — § 164. Взаимное влияние вихревых колец. Изображение ви-

хревого кольца относительно сферы (303). — § 165. Общие условия для установившегося движения жидкости. Цилиндрические и сферические вихри (305). — § 166. Ссылки на другие работы (308). — § 166a. Теоремы Бьеркнеса (309). — § 167. Преобразование Клебша уравнений гидродинамики (310).

## Глава VIII

### Приливные волны

§ 168. Общая теория малых колебаний, главные колебания, вынужденные колебания (312). — § 169—174. Свободные волны в прямолинейном канале; скорость распространения волны; эффект начальных условий; физический смысл различных приближений; энергия системы волн (318). — § 175. Установившееся движение (326). — § 176. Наложение волновых систем; отражение (328). — § 177—179. Эффект возмущающих сил; свободные и вынужденные колебания в ограниченном канале (329). — § 180—184. Каналовая теория приливов. Потенциал возмущающих сил. Приливы в экваториальном канале и канале, параллельном экватору; полусуточные и суточные приливы. Канал, совпадающий с меридианом. Изменение среднего уровня. Двухнедельный прилив. Экваториальный канал конечной длины. Продолжительность приливов (334). — § 185, 186. Волны в канале произвольного сечения. Примеры свободных и вынужденных колебаний. Увеличение прилива в мелких морях и лиманах (342). — § 187, 188. Волны конечной амплитуды. Изменение вида прогрессивной волны. Приливы второго порядка (348). — § 189, 180. Движение волны в двух горизонтальных направлениях; общее уравнение. Колебание в прямоугольном бассейне (353). — § 191, 1 2. Колебания в круглом бассейне. Функции Бесселя; эллиптический бассейн; приближение к медленному течению (356). — § 193. Случай произвольной глубины. Круглый бассейн (363). — § 194—197. Распространение возмущений от центра; функции Бесселя второго рода. Волны, вызванные местным периодическим давлением. Общая формула для расходящихся волн. Примеры на неустановившееся местное возмущение (365). — § 198—201. Колебание тонкого сферического слоя воды; свободные и вынужденные волны. Эффект взаимного притяжения воды. Приложение к случаю океана, ограниченного меридианами и параллелями (376). — § 202, 203. Уравнения движения динамической системы относительно вращающихся осей (383). — § 204—205a. Малые колебания вращающейся системы; устойчивость обыкновенная и вековая. Влияния малой степени вращения на, тип и частоту нормальных видов колебаний (386). — § 205b. Приближенное вычисление частот (391). — § 206. Вынужденные колебания (394). — § 207, 208. Гидродинамические примеры; приливные колебания вращающегося тонкого слоя воды; волны в сужающемся канале (396). — § 209—211. Вращающийся круглый бассейн постоянной глубины; свободные и вынужденные колебания (400). — § 212. Круг-

лый бассейн произвольной глубины (407). — § 212а. Примеры приближенных решений (410). — § 213, 214. Приливные колебания на вращающемся земном шаре. Кинетическая теория Лапласа (412). — § 215—217. Симметричные колебания. Приливы длинных периодов (417). — § 218—221. Суточные и полусуточные приливы. Рассмотрение решений Лапласа (426). — § 222, 223. Исследования Нough'a; цитаты и результаты (435). — § 223а. Исследования Гальдсброу (441). — § 224. Изменение кинетической теории для действительной конфигурации океана; вопрос фазы (442). — § 225, 226. Устойчивость океана. Замечания относительно общей теории кинетической устойчивости (445). Приложение: Силы, вызывающие приливы (447).