

В. И. Арнольд

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Издание четвертое

Редакция журнала
“Регулярная и хаотическая динамика”

Удмуртский государственный университет

2000

УДК 517.9
ББК 22.161.6
А 84

А 84 **Арнольд В. И.**

Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография. 2000. — 368 с.

Отличается от имеющихся учебных руководств по обыкновенным дифференциальным уравнениям большей, чем это обычно принято, связью с приложениями, в особенности с механикой, и более геометрическим, бескоординатным изложением. В соответствии с этим в книге мало выкладок, но много понятий, необычных для курса дифференциальных уравнений (фазовые потоки, однопараметрические группы, диффеоморфизмы, касательные пространства и расслоения) и примеров из механики (например, исследование фазовых портретов консервативных систем с одной степенью свободы, теория малых колебаний, параметрический резонанс).

Для студентов и аспирантов механико-математических факультетов университетов и вузов с расширенной программой по математике, но будет интересна и специалистам в области математики и ее приложений.

ББК 22.161.6



Оригинал-макет подготовлен в редакции журнала
«Регулярная и хаотическая динамика»
<http://www.rcd.com.ru>

© Редакция журнала «Регулярная
и хаотическая динамика», 2000

Оглавление

Предисловие к третьему изданию	5
Предисловие к первому изданию	9
Некоторые постоянно употребляемые обозначения	11
ГЛАВА 1. Основные понятия	12
§ 1. Фазовые пространства	12
§ 2. Векторные поля на прямой	36
§ 3. Линейные уравнения	51
§ 4. Фазовые потоки	62
§ 5. Действие диффеоморфизмов на векторные поля и на поля направлений	72
§ 6. Симметрии	83
ГЛАВА 2. Основные теоремы	96
§ 7. Теоремы о выпрямлении	96
§ 8. Применения к уравнениям выше первого порядка	113
§ 9. Фазовые кривые автономной системы	127
§ 10. Производная по направлению векторного поля и первые интегралы	132
§ 11. Линейные и квазилинейные уравнения первого порядка с частными производными	140
§ 12. Консервативная система с одной степенью свободы . . .	151
ГЛАВА 3. Линейные системы	166
§ 13. Линейные задачи	166
§ 14. Показательная функция	169
§ 15. Свойства экспоненты	177
§ 16. Определитель экспоненты	184
§ 17. Практическое вычисление матрицы экспоненты — слу- чай вещественных и различных собственных чисел . . .	189
§ 18. Комплексификация и овеществление	192

§ 19. Линейное уравнение с комплексным фазовым пространством	197
§ 20. Комплексификация вещественного линейного уравнения	202
§ 21. Классификация особых точек линейных систем	213
§ 22. Топологическая классификация особых точек	218
§ 23. Устойчивость положений равновесия	229
§ 24. Случай чисто мнимых собственных чисел	235
§ 25. Случай кратных собственных чисел	241
§ 26. О квазимногочленах	252
§ 27. Линейные неавтономные уравнения	266
§ 28. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами	281
§ 29. Вариация постоянных	290
Глава 4. Доказательства основных теорем	293
§ 30. Сжатые отображения	293
§ 31. Доказательство теорем существования и непрерывной зависимости от начальных условий	295
§ 32. Теорема о дифференцируемости	306
Глава 5. Дифференциальные уравнения на многообразиях	317
§ 33. Дифференцируемые многообразия	317
§ 34. Касательное расслоение. Векторные поля на многообразии	328
§ 35. Фазовый поток, заданный векторным полем	335
§ 36. Индексы особых точек векторного поля	339
Программа экзамена	355
Образцы экзаменационных задач	356
Предметный указатель	363