

УДК 519.85(023)
ББК 22.18
О-52

Серия основана в 2008 г.

Окулов С. М.

О-52 Алгоритмы компьютерной арифметики / С. М. Окулов, А. В. Лялин, О. А. Пестов, Е. В. Разова. — 4-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2024. — 288 с. — (Развитие интеллекта школьников). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-677-3

В книге речь идет о традиционных алгоритмах, которые кажутся очевидными, — об алгоритмах выполнения арифметических операций: о том, сколько тайного смысла и усилий интеллекта многих специалистов по информатике заложено в эти алгоритмы. Материал книги формирует содержательную основу деятельностного изучения алгоритмов компьютерной арифметики, чему способствует стиль изложения, синтезирующий в себе и математический материал, и формализованную запись логики работы компьютера.

Для школьников, преподавателей информатики и студентов информационно-технологических специальностей.

**УДК 519.85(023)
ББК 22.18**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Алгоритмы компьютерной арифметики / С. М. Окулов, А. В. Лялин, О. А. Пестов, Е. В. Разова. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — 285 с. : ил. — (Развитие интеллекта школьников). — ISBN 978-5-9963-1549-9.

В соответствии со ст.1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-677-3

© Лаборатория знаний, 2015

Содержание

Введение	5
Часть 1. Компьютерная арифметика	9
1.1. Алгоритмы целочисленной арифметики	9
Вспомогательные инструменты	10
Сложение неотрицательных целых чисел	12
Вычитание неотрицательных целых чисел	15
Умножение неотрицательных целых чисел	18
Деление неотрицательных целых чисел	21
Упражнения	22
1.2. Отрицательные целые числа	24
Алгоритм умножения для знаковых чисел в дополнительном коде	27
Алгоритм А. Бута	30
Упражнения	33
1.3. Алгоритмы арифметики вещественных чисел	34
Упражнения	48
1.4. Алгоритм Евклида	49
Переборный алгоритм	50
Алгоритм, использующий разложение числа на простые множители	50
Алгоритм Евклида «с вычитанием»	54
Алгоритм Евклида «с делением»	56
Бинарный алгоритм Евклида	57
Алгоритм Евклида для n чисел	59
Временная сложность алгоритма	60
Обратная задача	62
Упражнения	62
1.5. Расширенный алгоритм Евклида	71
Первый вопрос	72
Второй вопрос	74
Расширенный итеративный алгоритм Евклида	74
Расширенный рекурсивный алгоритм Евклида	77
Третий вопрос	80
Четвертый вопрос	82
Упражнения	86
1.6. Алгоритмы возведения в степень	102
Упражнения	110
1.7. Модулярная арифметика	113
1.7.1. Элементы теории сравнений	113
Определение и свойства сравнений	113
Функция Эйлера	115
Система вычетов	118
Теорема Л. Эйлера	125

Сравнение первой степени	126
<i>Упражнения.</i>	128
1.7.2. Китайская теорема об остатках	130
Система из двух сравнений.	131
<i>Упражнения.</i>	146
1.7.3. Алгоритмы модулярной арифметики	150
<i>Упражнения.</i>	156
1.8. Сравнения второй степени	157
<i>Упражнения.</i>	165
Часть 2. Алгоритмы умножения целых чисел.	167
2.1. Алгоритм А. А. Карацубы	167
<i>Упражнения.</i>	173
2.2. Алгоритм А. Тоома и С. Кука	176
<i>Упражнения.</i>	185
2.3. Дискретное преобразование Ж. Фурье	186
Алгоритм умножения	187
Тривиальное решение	189
Быстрое дискретное преобразование Ж. Фурье . . .	189
Рекурсивная реализация вычисления $FFT_n(A)$. . .	194
Обратное дискретное преобразование Ж. Фурье . . .	196
Умножение чисел на основе быстрого преобразования Ж. Фурье	201
Оптимизация алгоритма	203
<i>Упражнения.</i>	211
2.4. Алгоритм А. Шенхаге и Ф. Штрассена	215
Оценка временной сложности алгоритма Шенхаге–Штрассена	220
Алгоритм Шенхаге–Штрассена	221
<i>Упражнения.</i>	224
Приложения	225
Приложение 1. Система быстрого счета Я. Трахтенберга	225
<i>Упражнения.</i>	238
Приложение 2. Дерево Штерна–Броко	240
О нумерации рациональных чисел	240
<i>Упражнения.</i>	244
Дерево Штерна–Броко как способ нумерации положительных рациональных чисел	252
<i>Упражнения.</i>	261
Дерево Штерна–Броко как способ приближения одних рациональных чисел другими	271
<i>Упражнения.</i>	276
Дерево Штерна–Броко как система счисления для положительных рациональных чисел	277
<i>Упражнения.</i>	282