

УДК 530.1

Интернет-магазин

MAHNESS

<http://shop.rcd.ru>

Интересующие Вас книги, выпускаемые нашим издательством, дешевле и быстрее всего приобрести через интернет-магазин. Регистрация в магазине позволит Вам

- приобрести книги по наиболее низким ценам;
- подписаться на регулярную рассылку сообщений о новых книгах;
- самое быстрое приобретение новых книг до поступления их в магазины.

---

**Божокин С. В., Паршин Д. А.**

**Фракталы и мультифракталы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 128 с.**

Учебное пособие посвящено изложению основных идей фрактальной и мультифрактальной геометрии. Примеры различных фрактальных структур можно встретить во многих явлениях природы. Фрактальные образы с успехом используются при описании хаотического поведения нелинейных динамических и диссипативных систем, турбулентного течения жидкости, неоднородного распределения материи во Вселенной, при исследовании трещин и дислокационных скоплений в твердых телах, при изучении электрического пробоя, диффузии и агрегации частиц, роста кристаллов и т. д. Много интересных идей фрактальной геометрии нашли свое применение в экономике при анализе колебаний курса валют, в биологии для объяснения морфологического строения различных биологических объектов, в физике твердого тела для описания перехода Андерсона металл-диэлектрик и других свойств неупорядоченных систем.

Пособие написано по материалам курсов лекций, прочитанных авторами в разное время на физико-механическом факультете Санкт-Петербургского государственного технического университета для студентов 4-5 курсов, обучающихся на специальностях "Биофизика", "Физика металлов" и "Спектроскопия твердого тела".

Пособие будет полезно аспирантам и студентам физических специальностей, интересующихся современными проблемами физики.

**ISBN 5-93972-060-9**

© Божокин С. В., Паршин Д. А., 2001

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001

<http://rcd.ru>

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1 ФРАКТАЛЫ</b>	<b>12</b>
1.1 Регулярные фракталы . . . . .	12
1.1.1 Понятие фрактала . . . . .	12
1.1.2 Длина береговой линии . . . . .	13
1.1.3 Фрактальная размерность множества . . . . .	15
1.1.4 Канторовское множество . . . . .	17
1.1.5 Снежинка Коха . . . . .	18
1.1.6 Салфетка и ковер Серпинского . . . . .	20
1.1.7 Губка Менгера . . . . .	24
1.1.8 Кривые Пеано . . . . .	25
1.1.9 Вселенная Фурнье . . . . .	30
1.2 Итерации линейных систем . . . . .	32
1.2.1 Системы итерируемых функций . . . . .	32
1.2.2 Метод случайных итераций, или игра в хаос . . .	37
1.2.3 Игры с поворотами . . . . .	42
1.2.4 Сжимающие аффинные преобразования . . . . .	49
1.2.5 Лист папоротника . . . . .	54
1.3 Нелинейные комплексные отображения . . . . .	63
1.3.1 Квадратичные отображения . . . . .	63
1.3.2 Неподвижные точки. Циклы . . . . .	64
1.3.3 Множество Жюлиа . . . . .	66
1.3.4 Множество Мандельброта и классификация мно- жеств Жюлиа . . . . .	70
1.3.5 Построение множества Мандельброта . . . . .	76
1.3.6 Комплексные Ньютоновы границы . . . . .	78
<b>2 МУЛЬТИФРАКТАЛЫ</b>	<b>83</b>
2.1 Геометрическое описание мультифракталов . . . . .	83
2.1.1 Что такое мультифрактал? . . . . .	83
2.1.2 Обобщенные фрактальные размерности $D_q$ . . . .	86
2.1.3 Фрактальная размерность $D_0$ и информационная размерность $D_1$ . . . . .	89
2.1.4 Корреляционная размерность $D_2$ . . . . .	92

2.1.5	Свойства функции $D_q$ . . . . .	94
2.1.6	Неоднородное канторовское множество . . . . .	95
2.1.7	Неоднородный треугольник Серпинского . . . . .	98
2.1.8	Канторовское множество с двумя характерными масштабами длины . . . . .	101
2.2	Функция мультифрактального спектра $f(\alpha)$ . . . . .	105
2.2.1	Спектр фрактальных размерностей . . . . .	105
2.2.2	Преобразование Лежандра . . . . .	108
2.2.3	Свойства функции $f(\alpha)$ . . . . .	111
2.2.4	Примеры функций $f(\alpha)$ . . . . .	114
2.3	Применение теории мультифракталов в физике . . . . .	120
2.3.1	Переход Андерсона . . . . .	120
<b>Литература</b>		<b>131</b>