УДК 512.563.3 (075)
ББК 22.1я73
К14

Казанский А. А.

К14 Дискретная математика. Краткий курс : учебное пособие. — Москва : Проспект, 2016. — 320 с.

ISBN 978-5-392-19545-9

В пособии изложены основные разделы современной дискретной математики. Рассматриваются вопросы, связанные с теорией множеств, теорией отношений, теорией графов и логикой. Материал построен на основе курса лекций, читаемого автором в технических вузах.

В каждой главе рассмотрено большое число задач с подробными решениями и примерами, что позволяет эффективно и быстро осваивать изучаемую тему.

Для студентов, обучающихся по специальности «Прикладная математика», а также для студентов технических и экономических факультетов, изучающих курс «Дискретная математика» и компьютерные технологии. Представляет интерес для тех, кто связан с использованием методов дискретной математики.

УДК 512.563.3 (075)
ББК 22.1я73

Учебное издание

Казанский Александр Анатольевич

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА.
КРАТКИЙ КУРС

Учебное пособие

Оригинал-макет подготовлен компанией ООО «Оригинал-макет»
www.o-maket.ru; тел.: (495) 726-18-84
Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.004173.04.09 от 25.04.2009 г.
Подписано в печать 31.08.2015. Формат 70×100 1/32.
Печать офсетная. Печ. л. 10,0. Тираж 1000 (1-й завод 100) экз. Заказ №
ООО «Проспект»
111020, г. Москва, ул. Боровая, д. 7, стр. 4.

ISBN 978-5-392-19545-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Теория множеств 6
Введение 6
1.1. Множество и его элементы 7
1.2. Универсальное множество и пустое множество................ 9
1.3. Подмножества.. 10
1.4. Диаграммы Венна 11
1.5. Операции над множествами... 14
1.6. Фундаментальное произведение множеств..................... 18
1.7. Классы множеств, степенные множества и разбиения... 20
1.8. Алгебра множеств и двойственность 22
1.9. Доказательство тождеств с множествами 24
1.10. Математическая индукция 32
1.11. Представление множеств формулами............................ 33
1.12. Многочлены алгебры множеств 38
1.13. Полные нормальные формы 41
1.14. Определение минимальных форм.................................. 45
1.15. Представление формул алгебры множеств графами 49
1.16. Минимизация формул алгебры множеств на графе...... 52
1.17. Решенные задачи 58

Глава 2. Отношения... 90
2.1. Введение.. 90
2.2. Декартово произведение множеств 91
2.3. Отношения... 92
2.4. Представление отношений 94
2.5. Композиция отношений 96
2.6. Свойства отношений.. 99
2.7. Замыкание свойств.. 104
2.8. Отношение эквивалентности... 105

2.9. Отношение частичного порядка 107
2.10. Решенные задачи 108

Глава 3. Теория графов 124
3.1. Введение 124
3.2. Определения 125
3.3. Подграфы. Изоморфизм и гомеоморфизм графов 129
3.4. Дополнение графа 132
3.5. Маршруты, цепи, циклы 135
3.6. Расстояние в графе 137
3.7. Двудольные и k-дольные графы 140
3.8. Операции над графами 143
3.9. Многомерный куб как произведение графа K_2 145
3.10. Связность графов 150
3.11. Деревья 157
3.12. Векторные пространства циклов и разрезов графа 161
3.13. Сети 173
3.14. Представления графов. Матрицы и списки смежности графов 183
3.15. Покрытия, независимость и паросочетания 194
3.16. Раскрашивание графов 201
3.17. Эйлеровы и гамильтоновы графы 205
3.18. Планарность 209
3.19. Ориентированные графы 213
3.20. Решенные задачи 222

Глава 4. Логика и исчисление высказываний 273
4.1. Введение 273
4.2. Высказывания и составные высказывания 276
4.3. Логические операции 278
4.4. Таблицы истинности для высказываний 280
4.5. Тавтологии и контрадикции 283
4.6. Логическая тождественность 284
4.7. Условные высказывания 285
4.8. Алгебра высказываний 289
4.9. Построение выводов в исчислении высказываний 291

4.10. Исчисление предикатов... 293
4.11. Решенные задачи 296

Предметный указатель.. 313

Литература 317

Глава 1

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Введение

Понятие множества используется во всех математических дисциплинах. Сама идея о существовании соотношения между величинами различной природы возникла, по-видимому, во времена античности, однако потребовалось много столетий, чтобы это первоначальное представление привело к современному теоретико-множественному понятию отображения, которое каждому элементу одного множества ставит в соответствие элемент другого множества. Античные математики использовали различные таблицы, например астрономические таблицы Птолемея, но эти таблицы понимались как соотношения между конечными дискретными множествами постоянных величин и предназначались только для вычисления числовых значений. В многочисленных трудах греческих математиков, включая и Архимеда, не используется идея функциональной зависимости. Эта идея сформировалась лишь в начале XVII в., когда научились представлять функциональные зависимости с помощью формул. В работах Декарта, Ньютона, Лейбница, Эйлера для записи различных зависимостей стали использовать не громоздкие таблицы, а компактные алгебраические выражения. Эти работы привели к значительным успехам в математике и благодаря им в XVIII в. главным объектом становится не число, а функция.

Понятия, связанные с множествами, введены немецким математиком Дедекиндом в 1871 г. в работе по теории алгебраических чисел и теории полей. Общие принципы множеств, или совокупностей, сформулированы Георгом Кантором в эти же годы, однако его основные работы посвящены свойствам бес-

ŋqdqɐeɎ bɆ dəqɆbɎɜə d ɕɔɑɓɔɐ Ɉqddɏqɐè