

Министерство образования и науки Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

В.Л. ПРИСЕКИН, Г.И. РАСТОРГУЕВ

ОСНОВЫ  
МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Учебник

НОВОСИБИРСК  
2009

УДК 539.3:517.9 (075.8)

П 771

Рецензент

д-р техн. наук, проф. *И.П. Олегин*

**Присекин В.Л.**

П 771 Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел : учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Расторгуев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2010. – 238 с. (серия «Учебники НГТУ»)

ISBN 978-5-7782-1287-9

Современные пакеты прикладных программ, основанные на МКЭ (NASTRAN, ANSYS, COSMOS/M), реализуют технологию этого метода для расчета на прочность, устойчивость и колебания любых конструкций, решения задач аэро-, гидро- и электродинамики. Квалифицированное применение подобных пакетов требует знания и понимания основ метода конечных элементов. В учебнике излагается принцип возможных перемещений как эффективное обоснование современного численного метода – метода конечных элементов (МКЭ) применительно к задачам расчета напряженно-деформированного состояния конструкций. Описаны этапы расчета с помощью МКЭ и приводится исследование наиболее распространенных конечных элементов. Изложено также решение задач теплопереноса с помощью МКЭ.

Учебник предназначен для студентов старших курсов факультета летательных аппаратов, изучающих дисциплины «Вычислительная механика», «Прикладная теория упругости», и будет способствовать усвоению теории метода конечных элементов. Кроме того, окажется полезным студентам других факультетов, использующих МКЭ для решения прикладных задач.

УДК 539.3:517.9 (075.8)

ISBN 978-5-7782-1287-9

© Присекин В.Л., Расторгуев Г.И., 2010

© Новосибирский государственный  
технический университет, 2010

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ .....	7
1.1. Основные определения теории упругости.....	7
1.2. ПВП в задачах плоского напряженного состояния .....	23
1.3. Универсальная форма записи ПВП.....	27
2. РАСЧЕТ ОДНОМЕРНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ .....	29
2.1. Одномерные стержневые системы.....	30
2.2. Расчет свободной стержневой системы.....	32
2.3. Закрепленные стержневые системы.....	35
2.4. Принцип минимума полной энергии .....	39
2.5. Параллельно-последовательные стержневые системы .....	43
2.6. Пример расчета .....	50
3. РАСЧЕТ ФЕРМ .....	53
3.1. Исходные данные.....	53
3.2. Деформирование стержня .....	54
3.3. Вывод уравнений равновесия .....	57
3.4. Пример расчета .....	61
3.5. Расчет трехмерных ферм.....	65
4. РАСЧЕТ РАМ.....	67
4.1. Данные для расчета плоской рамы.....	68
4.2. Формирование конечных элементов.....	69
4.3. Локальная система координат .....	71
4.4. Уравнения изгиба и растяжения КЭ.....	73
4.5. Работа внутренних и поверхностных сил.....	77
4.6. Матрица жесткости и узловые силы КЭ.....	80
4.7. Уравнения равновесия узлов рамы .....	83
4.8. Расчет трехмерных рам .....	86
5. ПЛОСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ.....	95
5.1. Этапы МКЭ.....	95
5.2. Вычисление работ сил на возможных перемещениях.....	97
5.3. Свойства матриц жесткости и узловых нагрузок .....	100
5.4. Формирование уравнений равновесия пластинки .....	105
5.5. Шестиузловые треугольные конечные элементы .....	109
5.6. Изопараметрические конечные элементы .....	113
5.7. Условия закрепления .....	126
5.8. Динамические задачи .....	130

6. ИЗГИБ ТОНКИХ ПЛАСТИН .....	137
7. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА.....	151
8. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ .....	159
9. РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЛ .....	165
9.1. Четырехузловой тетраэдр.....	165
9.2. Восьмиузловой шестигранник.....	168
9.3. Двадцатиузловой изопараметрический КЭ .....	172
10. ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО ПАКЕТА COSMOS/М К РЕ- ШЕНИЮ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ.....	175
10.1. Общие сведения о пакете COSMOS/М .....	176
10.2. Конечные элементы и их атрибуты.....	179
10.3. Пример решения задач с помощью COSMOS/М.....	183
11. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ .....	197
Задача 11.1. Построение геометрических объектов (варианты 1–17).....	197
Задача 11.2. Расчет ферм .....	202
Задача 11.3. Расчет рам.....	205
Задача 11.4. Расчет пластин, подкреплённых стержнями .....	209
Задача 11.5. Расчет на прочность, устойчивость и колебания прямого отсе- ка крыла.....	214
Задача 11.6. Расчет на прочность, устойчивость и колебания отсека стрело- видного крыла.....	217
Задача 11.7. Расчет башни Шухова .....	221
Задача 11.8. Расчет трубопровода .....	222
Задача 11.9. Расчет торообразной оболочки .....	223
Задача 11.10. Определение чувствительности датчика давления .....	224
Задача 11.11. Определение напряжений в косом фланце.....	225
Задача 11.12. Расчет теплообменника.....	226
Задача 11.13. Расчет трубки Бурдена .....	226
Задача 11.14. Расчет направляющего аппарата потока воздуха .....	227
Задача 11.15. Расчет силового набора перекрытия после реконструкции дома.....	229
Задача 11.16. Упругопластическое деформирование пластины в процессе нагружения и разгрузки .....	230
Библиографический список .....	232
Приложение .....	233