

УДК 517.946  
ББК 22.311  
Т26

Рецензент *А.В. Аттетков*

**Тверская Е.С.**  
Т26      Решение краевых задач для уравнения Лапласа : метод. указания к выполнению домашнего задания по курсу «Уравнения математической физики» / Е.С. Тверская, О.Ю. Чигирева. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 48 с.: ил.

Методические указания содержат краткий теоретический материал, необходимый для выполнения домашнего задания по курсу «Уравнения математической физики» Подробно разобраны примеры решения задач, а также приведены задачи для самостоятельной работы и условия домашнего задания.

Для самостоятельной работы студентов 2-го курса, обучающихся по специальностям «Радиоэлектронные системы и устройства», «Технологии приборостроения», «Защита информации».

УДК 517.946  
ББК 22.311

*Учебное издание*

**Тверская Елена Сергеевна  
Чигирева Ольга Юрьевна**

## **РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА**

Редактор *В.М. Царев*  
Корректор *М.А. Василевская*  
Компьютерная верстка *В.И. Товстоног*

Подписано в печать 10.08.2009. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 500 экз. Изд. № 6.  
Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА . . . . .	3
1.1. Уравнение Лапласа . . . . .	3
1.2. Гармонические функции и их свойства . . . . .	3
1.3. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа . . . . .	4
2. ЗАДАЧА ШТУРМА — ЛИУВИЛЛЯ . . . . .	7
2.1. Оператор Штурма — Лиувилля . . . . .	7
2.2. Задача Штурма — Лиувилля . . . . .	8
2.3. Примеры решения задач . . . . .	9
2.4. Задачи для самостоятельного решения . . . . .	11
3. РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ . . . . .	12
3.1. Метод Фурье . . . . .	12
3.2. Примеры решения задач . . . . .	15
3.3. Задачи для самостоятельного решения . . . . .	23
4. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ . . . . .	24
4.1. Уравнение Бесселя. Фундаментальные системы решений уравнения Бесселя . . . . .	24
4.2. Краевая задача на собственные значения и собственные функции для уравнения Бесселя . . . . .	27
5. РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ЦИЛИНДРЕ . . . . .	29
5.1. Примеры решения задач . . . . .	29
5.2. Задачи для самостоятельного решения . . . . .	33
Ответы . . . . .	34
Условия домашнего задания . . . . .	35
Список литературы . . . . .	48