

В 10475  
К49

А

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. П.Г. ДЕМИДОВА

В.С. КЛИМОВ

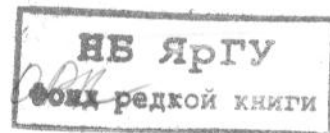
ОДНОМЕРНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
Часть II

*Учебное пособие*

*Рекомендовано  
Научно-методическим советом университета  
для студентов специальностей  
Математика и Прикладная математика и информатика*

ЯРОСЛАВЛЬ 2006

273435



А

УДК 517  
ББК В16я73  
К 49

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2006 года*

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор ЯГПУ Е.И. Смирнов;  
кафедра прикладной математики и вычислительной техники ЯГТУ

К 49 Климов, В.С. Одномерный математический анализ. Часть II: Учебное пособие / В.С. Климов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006. – 127 с. ISBN 5-8397-0454-7

Вторая часть пособия содержит следующие разделы дисциплины "Математический анализ": интегралы, векторные интегралы, ряды, несобственные интегралы.

Предназначено для студентов первого курса университетов, обучающихся по специальностям 010101 Математика, 010501 Прикладная математика и информатика и направлению подготовки 010100 Математика (дисц. «Математический анализ», блок ЕН), очной формы обучения.

Пособие подготовлено с использованием издательской системы L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Рис. 2. Библиогр.: 20 назв.

УДК 517  
ББК В16я73

ISBN 5-8397-0454-7

© Ярославский  
государственный  
университет  
им. П.Г. Демидова, 2006  
© Климов В.С., 2006

БИБЛИОТЕКА ЯрГУ  
ОСНОВНОЙ ФОНД

# Оглавление

<b>Глава 4. Интегралы</b>	<b>7</b>
§ 19. Первообразная	7
1. Первообразные и неопределенный интеграл	7
2. Правила интегрирования	8
3. Примеры	9
§ 20. Интегрирование рациональных функций	11
1. Рациональные функции	11
2. Формула Остроградского	12
3. Первообразная рациональной функции	14
§ 21. Интегрирование трансцендентных и иррациональных функций	16
1. Интегралы вида $\int R(\cos x, \sin x) dx$ .	16
2. Интегралы вида $\int R(e^x) dx$	17
3. Интеграл от квазимногочлена	17
4. Интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$	19
5. Интеграл от биномиального дифференциала	19
6. Интегрирование квадратичных иррациональностей	20
§ 22. Определение и свойства интеграла Римана	21
1. Верхний и нижний интегралы.	21
2. Свойства верхнего и нижнего интегралов	23
3. Определение интеграла Римана	25
4. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций	26
5. Операции над интегрируемыми функциями.	27
6. Монотонность интеграла	28
7. Аддитивность интеграла	30
§ 23. Основные формулы интегрального исчисления	31
1. Интеграл с переменным верхним пределом	31
2. Формула Ньютона-Лейбница	33
3. Интегрирование по частям и замена переменной	34
§ 24. Приложения интеграла Римана	35
1. Квадрируемые фигуры	35
2. Площадь криволинейной трапеции	37
3. Площадь криволинейного сектора	39
4. Физические приложения интеграла	41
5. Аддитивные функции и интегралы	42
<b>Глава 5. Векторные интегралы</b>	<b>43</b>
§ 25. Топологические свойства евклидовых пространств	43
1. Конечномерное евклидово пространство	43
2. Открытые множества	44
3. Предельная точка множества	45
4. Замкнутые множества	47
5. Компактные множества.	48
6. Бикompактные множества	48
§ 26. Непрерывные вектор-функции	51
1. Предел вектор-функции	51
2. Определение и свойства непрерывных вектор-функций	52



3.	Непрерывность и линейная связность	53
4.	Теорема Кантора для разрывных вектор-функций	54
§ 27.	Производные и интегралы вектор-функций	56
1.	Производные вектор-функции	56
2.	Формула Тейлора для вектор-функции	57
3.	Интеграл вектор-функции	58
§ 28.	Критерий Лебега	61
1.	Множества длины 0 и меры 0	61
2.	Критерий Дюбуа-Реймона	62
3.	Критерий Лебега	64
4.	Интегрируемость индикатора множества	65
§ 29.	Вектор-функции с ограниченным изменением	67
1.	Вариация вектор-функции	67
2.	Свойства вариации	69
3.	Скалярные функции с ограниченным изменением	70
4.	Длина непрерывного пути	72
<b>Глава 6. Ряды</b>		<b>74</b>
§ 30.	Признаки сходимости числовых рядов	74
1.	Сведения о комплексных числах	74
2.	Ряды с комплексными элементами	75
3.	Признаки сравнения	76
4.	Интегральный признак сходимости	78
5.	Неравенства Абеля	80
6.	Признаки Абеля и Дирихле	81
§ 31.	Действия с числовыми рядами	84
1.	Перестановки членов ряда	84
2.	Сложение и умножение рядов	86
3.	Бесконечные произведения	87
§ 32.	Функциональные последовательности	89
1.	Поточечная и равномерная сходимость функциональной последовательности	89
2.	Критерий Коши равномерной сходимости	90
3.	Равномерная сходимость и непрерывность	91
4.	Интегрирование функциональных последовательностей.	92
5.	Дифференцирование функциональных последовательностей	93
§ 33.	Функциональные ряды	95
1.	Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда	95
2.	Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда	96
3.	Сумма равномерно сходящегося функционального ряда	98
§ 34.	Степенные ряды	100
1.	Радиус сходимости степенного ряда	100
2.	Равномерная сходимость степенного ряда	101

3.	Экспонента, косинус и синус комплексного аргумента.	102
4	Биномиальный ряд	104
5.	Почленное интегрирование степенного ряда	105
6.	Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда	107
<b>Глава 7. Несобственные интегралы</b>		110
§ 35.	Несобственные интегралы по неограниченному промежутку	110
1.	Определение несобственного интеграла по лучу $[a, \infty)$	110
2.	Признаки сравнения	112
3.	Неравенства Абеля для интегралов и вторая теорема о среднем	113
4.	Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов	116
5.	Интегралы по бесконечному промежутку	120
§ 36.	Несобственные интегралы от неограниченных функций	121
1.	Определение несобственного интеграла от неограниченной функции	121
2.	Признаки сходимости несобственных интегралов от неограниченных функций	122
3.	Сведение к интегралам по лучам	123
4.	Модификации несобственного интеграла	124
<b>Литература</b>		126