

УДК 517.9
ББК 22.161.6
А 84

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 99-01-14026.

А 84 Арнольд В. И.

Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — Москва: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Московский центр непрерывного математического образования. — 2002. — 400 с.

В книге изложен ряд основных идей и методов, применяемых для исследования обыкновенных дифференциальных уравнений. Элементарные методы интегрирования рассматриваются с точки зрения общематематических понятий (разрешение особенностей, группы Ли симметрий, диаграммы Ньютона и т. д.). Теория уравнений с частными производными первого порядка изложена на основе геометрии контактной структуры.

В книгу включены классические и современные результаты теории динамических систем: структурная устойчивость, У-системы, аналитические методы локальной теории в окрестности особой точки или периодического решения (нормальные формы Пуанкаре), теория бифуркации фазовых портретов при изменении параметров (мягкое и жесткое возбуждение автоколебаний при потере устойчивости), удвоение периода Фейгенбаума, теорема Дюлака и др.

Книга рассчитана на широкий круг математиков и физиков — от студентов до преподавателей и научных работников.

ISBN 5-93972-160-5
ISBN 5-900196-30-8

ББК 22.161.6

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002

Содержание

Предисловие	5
Некоторые используемые обозначения	9
ГЛАВА 1. Специальные уравнения	11
§ 1. Дифференциальные уравнения, инвариантные относительно групп симметрий	11
§ 2. Разрешение особенностей дифференциальных уравнений	19
§ 3. Уравнения, не разрешенные относительно производных .	25
§ 4. Нормальная форма уравнения, не разрешенного относительно производной, в окрестности регулярной особой точки	37
§ 5. Стационарное уравнение Шредингера	44
§ 6. Геометрия дифференциального уравнения второго порядка и геометрия пары полей направлений в трехмерном пространстве	57
ГЛАВА 2. Уравнения с частными производными первого порядка	75
§ 7. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка	75
§ 8. Нелинейное уравнение с частными производными первого порядка	85
§ 9. Теорема Фробениуса	104
ГЛАВА 3. Структурная устойчивость	108
§ 10. Понятие структурной устойчивости	109
§ 11. Дифференциальные уравнения на торе	117
§ 12. Аналитическое приведение к повороту аналитических диффеоморфизмов окружности	136
§ 13. Введение в гиперболическую теорию	144
§ 14. У-системы	151
§ 15. Структурно устойчивые системы не всюду плотны . . .	166

Глава 4. Теория возмущений	169
§ 16. Метод усреднения	170
§ 17. Усреднение в одночастотных системах	174
§ 18. Усреднение в многочастотных системах	179
§ 19. Усреднение в гамильтоновых системах	192
§ 20. Адиабатические инварианты	196
§ 21. Усреднение в слоении Зейферта	202
Глава 5. Нормальные формы	209
§ 22. Формальное приведение к линейной нормальной форме	209
§ 23. Резонансный случай	213
§ 24. Области Пуанкаре и Зигеля	217
§ 25. Нормальная форма отображения в окрестности неподвижной точки	223
§ 26. Нормальная форма уравнения с периодическими коэффициентами	226
§ 27. Нормальная форма окрестности эллиптической кривой	235
§ 28. Доказательство теоремы Зигеля	250
Глава 6. Локальная теория бифуркаций	258
§ 29. Семейства и деформации	258
§ 30. Матрицы, зависящие от параметров, и особенности декремент-диаграмм	276
§ 31. Бифуркации особых точек векторного поля	301
§ 32. Версальные деформации фазовых портретов	307
§ 33. Потеря устойчивости положения равновесия	312
§ 34. Потеря устойчивости автоколебаний	330
§ 35. Версальные деформации эквивариантных векторных полей на плоскости	349
§ 36. Перестройки топологии при резонансах	372
§ 37. Классификация особых точек	388
Образцы экзаменационных задач	394