

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
Кафедра теоретической информатики

**В.С. Рублев**

## **Множества**

*(индивидуальная работа № 1 по дисциплине  
«Основы дискретной математики»)*

*Методические указания*

Рекомендовано  
Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по  
специальности Информационные технологии

Ярославль 2009

УДК 510.5  
ББК В126я73  
Р88

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2009 года*

Рецензенты:  
кафедра теоретической информатики Ярославского государственного  
университета им. П.Г. Демидова

**Рублев, В.С.** Множества: метод. указания  
Р88 / В.С. Рублев; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2009. – 36 с.

Методические указания содержат варианты индивидуального задания по теме “Множества” дисциплины “Основы дискретной математики”, а также необходимый материал для самостоятельного изучения этой темы и выполнения индивидуального задания. Для качественного усвоения курса издание содержит подробные определения, примеры, иллюстрации и обоснования.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 010400 Информационные технологии (дисциплина “Основы дискретной математики”, блок ЕН), очной формы обучения.

Ил. 8.

УДК 510.5  
ББК В126я73

© Ярославский  
государственный  
университет, 2009

## 1. Цель работы

- 1 Умение выражать формулой искомое множество через исходные множества при помощи операций над ними.
- 2 Умение использовать алгебру множеств для упрощения формул.
- 3 Умение наглядно изображать множества и их части с помощью диаграмм Венна.
- 4 Умение использовать формулу *включений и исключений* для определения количества элементов множества.
- 5 Умение делать шаг вывода при проведении доказательства.
- 6 Умение использовать прямой и косвенный методы доказательства для обоснования утверждения относительно отношений множеств.

## 2. Общее задание

Задание по теме *Множества* содержит 2 задачи. Их решение предполагает последовательное выполнение (в отдельной тонкой тетради) всех следующих частей общего задания для варианта индивидуального задания, выданного студенту:

- I. *Ввести обозначения множеств* утверждения 1-й задачи и *упростить* их формулы по мере возможности, используя алгебру множеств. Провести *доказательство* утверждения задачи, разделив его на отдельные части. Построить *диаграммы Венна* для множеств, входящих в утверждение задачи, для случаев выполнения условий утверждения и каждого случая невыполнения условий. Разные множества выделить цветом и штриховкой с пояснениями. Построить *примеры с множествами из целых неотрицательных чисел* для случаев *выполнения условий* утверждения и каждого случая *невыполнения условий*, определив все множества примера.
- II. Ввести *обозначения исходных множеств*, заданных во 2-й задаче, и *вывести формулу для искомого* в задаче множества через исходные множества. Построить *диаграмму Венна* для всех указанных в задаче множеств и выделить их штриховкой, цветом с

пояснениями. Основываясь на формуле включений и исключений для множеств, вывести формулу для числа элементов искомого множества и найти это число.

### 3. Определение множества

В *наивной* (неаксиоматической) теории множеств, созданной в конце XIX века Георгом Кантором, понятие множества считается изначально заданным. Г. Кантор определял множество как “*многое, мыслимое нами как целое*”.

В следующем общепринятом определении

*Множество есть совокупность объектов, различаемых нашей интуицией или мыслью*

подчеркивается, что множество есть структура, состоящая из *элементов* (объектов) множества, никакие связи между которыми (например, порядок) не определены.

В следующих примерах: *стадо коров, совокупность решений уравнения, совокупность предметов в комнате* множествами являются *стадо, совокупности*, а их элементами могут быть как однородные объекты (*коровы, решения*), так и неоднородные объекты (*стол, ковер, картина*). Каждый элемент обычно входит во множество лишь 1 раз<sup>1</sup>.

Принято множество заключать в фигурные скобки, внутри которых либо идет перечисление элементов множества, либо задается свойство, накладываемое на все элементы множества. Так, в примерах

*Стадо* = {буренка, чернушка, милка},

$X = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$ ,

*Предметы Комнаты* = {стол, ковер, картина}

определение свойством элементов используется во втором примере, определяющем множество  $X$  решений уравнения  $x^2 + x - 6 = 0$ , а определение перечислением элементов – в первом и третьем.

В дальнейшем множества мы будем обозначать прописными (большими) буквами латинского и русского алфавитов (или именами, начинающимися с прописной буквы), а элементы множества строчными (малыми) буквами этих алфавитов (или именами, начинающимися со

<sup>1</sup> В некоторых случаях мы будем определять множества с повторяющимися элементами

строчной буквы). Принадлежность элемента множеству выражается *отношениями принадлежности*:  $\in$  – принадлежит и  $\notin$  – не принадлежит. Так, для вышеприведенных примеров:  $2 \in X$ ,  $3 \notin X$ , *милка*  $\in$  *Стадо*, *стрелка*  $\notin$  *Стадо*. Понятие *принадлежности* является вторым неопределяемым понятием.

Отметим, что каждый элемент может либо принадлежать, либо не принадлежать множеству, т. е.

*не существует элемента, одновременно принадлежащего и не принадлежащего одному и тому же множеству.*

Предположение о существовании такого элемента является *противоречием*, т. е. не верно.

#### 4. Отношения между множествами

Принадлежность элемента множеству определяется отношением принадлежности между элементами и множествами. К отношениям между множествами прежде всего относится *отношение равенства множеств*:

*Множества  $A$  и  $B$  равны ( $A = B$ ) тогда и только тогда, когда любой элемент множества  $A$  принадлежит множеству  $B$  и любой элемент множества  $B$  принадлежит множеству  $A$ .*

Например, если  $Y = \{-3, 2\}$ , то  $X = Y$ , так как только элементы  $-3$  и  $2$  являются корнями уравнения  $x^2 + x - 6 = 0$ .

Иным способом определения равенства множеств служит следующее:

*Не существует элемента множества  $A$ , не принадлежащего множеству  $B$ , а также не существует элемента множества  $B$ , не принадлежащего множеству  $A$ .*

Отношение равенства множеств есть отношение эквивалентности:

1) отношение рефлексивно: любое множество равно самому себе;